Том 70, Номер 3

ISSN 0320-7919 Май - Июнь 2024







Том 70, номер 3, 2024

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

Об эволюции системы ударных волн, создаваемых лопатками вентилятора двигателя М. А. Юдин, В. Ф. Копьев, С. А. Чернышев, Г. А. Фараносов, М. А. Демьянов, О. П. Бычков	47
Тепловая абляция биоткани при однократном ударно-волновом воздействии на дискретные фокусы внутри задаваемого объема П. А. Пестова, П. В. Юлдашев, В. А. Хохлова, М. М. Карзова	33
НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА	
Теоретическое и экспериментальное исследование дифракции на тонком конусе <i>А. Ю. Лаптев, А. И. Корольков, А. В. Шанин</i>	22
Интерференция эхосигналов от сферических рассеивателей, находящихся вблизи дна <i>Н. С. Григорьева, Ф. Ф. Легуша, К. С. Сафронов</i>	13
Особенности распространения изгибной волны в разрезном стержне А. А. Агафонов, М. Ю. Изосимова, Р. А. Жостков, А. И. Кокшайский, А. И. Коробов, Н. И. Одина	3

ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

Исследование пространственного распределения деформаций в кварцевых пьезоэлементах методом рентгеновской топографии Э. С. Ибрагимов, Ф. С. Пиляк, А. Г. Куликов, Н. В. Марченков, Ю. В. Писаревский, А. А. Калоян, Ю. А. Першин, Ю. А. Глазунова, С. А. Демин, А. С. Южалкин, С. С. Пашков, Г. Н. Черпухина

АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

58

Голографический метод локализации шумового подводного источника в мелком море М. Ю. Глущенко, В. М. Кузькин, Ю. В. Матвиенко, С. А. Пересёлков, Ю. А. Хворостов, С. А. Ткаченко	67
Инвариант Чупрова для векторно-скалярных полей мультипольных источников в мелком море Г. Н. Кузнецов, А. Н. Степанов	78
Количественная оценка эффективности адаптивных алгоритмов	
пространственной обработки при поиске малошумного	
А. И. Машошин, В. С. Мельканович	91
О точности оценок расстояния по времени распространения	
звуковых сигналов на арктическом шельфе	
Ю. В. Назаренко, Д. Д. Сидоров, В. Г. Петников, С. В. Писарев, А. А. Луньков	101

АТМОСФЕРНАЯ И АЭРОАКУСТИКА

Анализ аэроакустических характеристик расчетной сверхзвуковой струи на основе данных численного моделирования О. П. Бычков, И. Ю. Миронюк, И. А. Солнцев, Г. А. Фараносов, М. А. Юдин	110
Особенности распространения в атмосфере нелинейных акустических возмущений от импульсных источников С. И. Косяков, С. Н. Куличков, А. А. Мишенин, Е. В. Голикова	125
АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ. ШУМЫ И ВИБРАЦИИ	
Оптимизация диссипативных глушителей шума А. И. Комкин, А. И. Быков, Л. С. Карнаухова	140
АКУСТИКА ЖИВЫХ СИСТЕМ. БИОМЕДИЦИНСКАЯ АКУСТИКА	
Распознавание и классификация дельфинами (tursiops truncatus) шумовых сигналов в условиях шумовой помехи и пространственной неопределенности их одновременного предъявления <i>А. В. Ахи</i>	151
Распознавание психоневрологического состояния детей с расстройствами аутистического спектра по речевым сигналам:	
А. С. Николаев	161

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ = И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.23

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИЗГИБНОЙ ВОЛНЫ В РАЗРЕЗНОМ СТЕРЖНЕ

© 2024 г. А. А. Агафонов^{*a*}, М. Ю. Изосимова^{*a*}, Р. А. Жостков^{*b*},

А. И. Кокшайский^а, А. И. Коробов^{а, *}, Н. И. Одина^а

^а Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы, Москва, 119991 Россия

^bИнститут физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Грузинская ул. 10, стр. 1,

Москва, 123995 Россия *e-mail: aikor42@mail.ru

Поступила в редакцию 07.12.2023 г. После доработки 07.12.2023 Принята к публикации 24.04.2024 г.

Представлены результаты численного моделирования и экспериментальных исследований распространения изгибных упругих волн в металлическом разрезном стержне прямоугольного сечения, реализующем приближенно эффект акустической черной дыры. Образец представляет собой стержень с прорезями, глубина которых увеличивается по степенному закону с показателем степени 4/3. Экспериментально и на основании результатов численного моделирования подтверждено, что такие стержни замедляют скорость распространения упругой волны к торцу стержня. Показано, что изгибные волны в таких структурах обладают дисперсией и их амплитуда у торца стержня для некоторых собственных частот выше, чем у цельного стержня. Проведено сравнение форм собственных колебаний целого и разрезного стержней, а также распределения амплитуды изгибной волны вдоль стержней. Исследована зависимость длины изгибной волны от частоты по мере ее распространения к торцу разрезного стержня.

Ключевые слова: изгибные волны в стержне, разрезной стержень, акустическая черная дыра, лазерная виброметрия, численное моделирование, эксперимент

DOI: 10.31857/S0320791924030019 **EDN:** ZNMUGZ

1. ВВЕДЕНИЕ

Большой интерес исследователей в последнее время привлекают структуры, называемые «акустическими черными дырами» (АЧД) [1-3]. Основным свойством таких объектов является то, что вдоль некоторого направления (в зависимости от геометрии структуры) скорость упругих волн уменьшается до нуля, что должно приводить к бесконечному времени распространения волны на конечном участке в пространстве. Это приводит к отсутствию отраженной волны при распространении падающей волны вдоль этого направления. В АЧД такое уменьшение скорости волны связано с уменьшением локальной жесткости, которое обычно достигается с помощью модификации геометрии — например, при уменьшении толщины образца по степенному закону [4].

Одной из первых работ по теме АЧД стала основополагающая работа М.А. Миронова [1]. В этой работе рассматривается структура, представляющая собой пластину, толщина которой медленно меняется до нуля по степенному закону. Получен закон изменения (уменьшения) длины волны и увеличения амплитуды в данной структуре.

В обзорной статье [5] рассмотрены следующие типы АЧД: так называемая одномерная АЧД, представляющая собой пластину со степенным профилем; спиральная АЧД; стержень с вырезанными в нем дисками уменьшающегося диаметра [6]; двумерная АЧД [7]; АЧД в виде пластин с изменяющейся толщиной [8].

АЧД представляют интерес для структурной акустики и звукопоглощения, однако на практике реализованы только приближенно. Экспериментально распространение изгибной волны в образцах из различных материалов с профилем, изменяющимся по степенному закону, рассматривается в работах [8–11]. В этих работах наблюдался эффект замедления изгибной волны Лэмба и увеличения ее амплитуды по мере приближения к ребру клина. Модификация АЧД в виде стержня со специальным законом изменения поперечного сечения рассмотрена в работах [12, 13]. Там же подробно раскрывается метод и критерии применимости ВКБ-приближения (Вентцеля—Крамерса—Бриллюэна) в задаче о поперечных колебаниях стержня. При использовании полученных точных решений в случае степенной зависимости ширины стержня и квадратичной зависимости толщины стержня от длины осуществлена модификация ВКБ-приближения для стержней с постоянной шириной и произвольно меняющейся толщиной. На основании этих решений получены выражения для матрицы входного импеданса стержня со специальным законом изменения поперечного сечения.

Исследования [5] показали, что структуры, которые играют роль акустических черных дыр, не требуют высокого качества изготовления, что делает их производство доступным. Отмечается [4], что эта область недостаточно исследована и требует более широкого раскрытия возможностей использования акустических черных дыр.

Альтернативой пластине или стержню со степенным профилем является разрезной стержень [14]. Он представляет собой стержень прямоугольного сечения, в котором перпендикулярно оси стержня сделаны прорези с увеличивающейся по степенному закону глубиной (рис. 1). Локальная жесткость такого стержня уменьшается с увеличением глубины прорезей. В частности, такая конструкция имеет преимущество в том, что не требует высокоточного изготовления торца стержня. Если сравнивать размеры двух аналогичных типов АЧД — стержня со степенным профилем и разрезного стержня одинаковой длины, то еще одно преимущество последнего заключается в понижении его критической частоты в 5 раз, по сравнению с более традиционной АЧД со степенным профилем. Масса соответствующего образца разрезного стержня при этом будет больше массы стержня со степенным профилем. Однако

автор [14] уточняет, что вопрос о количестве и расположении прорезей остается открытым.

Для разрезного стержня невозможно получить точное аналитическое решение, поэтому для получения распределения полей смещений необходимо прибегать либо к упрощению задачи, либо к численному моделированию. В статье [14] предлагается пользоваться обычным уравнением изгибных колебаний неоднородного вдоль оси стержня. В результате расчетов получена формула для локальной толщины стержня в месте разрезов:

$$s(x) = H(x / L)^{\alpha}, \qquad (1)$$

$$\alpha = \frac{4}{3},$$

где s(x) — ширина зазора между противоположными прорезями, H — толщина стержня, L — длина отрезка стержня, в котором сделаны прорези, α — показатель степени.

Стержень начинает проявлять свойства АЧД при частотах выше критической:

$$\omega = \sqrt{\frac{E}{12\rho}} \frac{3}{4} \frac{H}{L^2}.$$
 (2)

Здесь *Е* – модуль Юнга, а *р* — плотность материала стержня.

Для такого типа АЧД экспериментальных работ и результатов моделирования выполнено недостаточно. В настоящей работе приводятся результаты численного моделирования и экспериментальных исследовании особенностей распространения изгибных упругих волн в стержне прямоугольного сечения с прорезями, глубина которых меняется по степенному закону (1), а расстояние между ними постепенно уменьшается, проводится сравнение с контрольным образцом без прорезей.



Рис. 1. Схема профиля разрезного стержня.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В работе исследовались два образца стержня с размерами 3.9×6.8×200 мм: контрольный образец без прорезей и образец с 28 прорезями. Расстояние от свободного торца стержня до центра соответствующей прорези задавалось выражением:

$$x_{i} = \frac{2}{3} \frac{i}{N} (L-5) + \frac{1}{3} \left(\frac{i}{N} \right)^{\frac{7}{3}} (L-5), \qquad (3)$$

где $i = \{1, 2, ..., N\}, N = 28$ — количество прорезей, L — длина разрезанной части. Глубина менялась по степенному закону, исходя из (1):

$$h(x) = \frac{H - s(x)}{2}, \ s(x) = \max\left(H\left(\frac{x}{L}\right)^{4/3}, \ 0.85\,\text{MM}\right)$$

Здесь формула s(x) искусственно ограничена минимальным значением толщины для предотвращения поломки образцов при их физическом воплощении. Общая длина стержня $L_0 = 200$ мм, длина разрезанной части L = 90 мм, H = 6.8 мм, Z = 3.9 мм (ширина стержня) (рис. 1).

Размеры образца выбраны исходя из рабочего диапазона частот (в настоящей работе от 10 до 100 кГц) и набора условий:

(а) приближение тонкого стержня (длина должна быть в несколько раз больше поперечных размеров стержня, и в выбранном диапазоне частот для неразрезанной части должны проявляться только нулевые изгибные моды),

(б) критическая частота АЧД согласно (2) должна соответствовать рабочему диапазону источника акустических волн (для стержня с данными размерами согласно (2) критическая частота равна 942 Гц),

(в) размер части без прорезей должен позволить различить в выбранном диапазоне несколько длин волн.

Ширина прорезей равна 0.75 мм (это минимальные размеры, которые реализуемы физически). Координата x_i считается от края стержня до середины прорези. Внутренняя часть прорезей имеет скругленный вид (d = 0.75 мм).

Упругие параметры материала образца соответствуют дюралюминию марки Д16: плотность 2680 кг/м³, скорость распространения продольных волн 6400 м/с, поперечных — 3130 м/с. В качестве источников акустических волн рассматривались пьезокерамические элементы с продольной поляризацией (рис. 2а), закрепленные у торца стержня в неразрезанной области на противоположных поверхностях стержня и работающих в противофазе: плотность 4700 кг/м³, скорость распространения продольных волн 6562 м/с, поперечных — 3582 м/с.

Численное моделирование возможных колебательных процессов в модели акустической черной дыры выполнено методом конечных элементов в программном пакете COMSOL Multiphysics 5.3 (лицензия №9600341) с подключенным модулем «Структурная механика». Численное моделирование выполнялось с применением подхода определения собственных частот в трехмерной постановке без использования каких-либо симметрий, поскольку этот вариант позволяет выявить все возможные типы колебаний, которых в исследуемых образцах четыре: продольные моды, крутильные и две изгибные моды в разных проекциях.

Граничные условия модели соответствовали свободным внешним граням образца за исключением внешних границ пьезокерамических элементов, координаты которых были зафиксированы.

Сетка конечных элементов (рис. 2б) строилась отдельно в двух областях: в ближней к пьезокерамическим элементам части образца, где отсутствовали прорези, использовалась структурированная сетка из элементов в форме прямоугольных параллелепипедов, а область с прорезями заполнялась элементами в форме треугольных призм. Размер



Рис. 2. (а) — Пример задаваемой геометрии образца и (б) — сетка конечных элементов.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024



Рис. 3. Примеры форм изгибных колебаний стержней в горизонтальной проекции: в контрольном образце на частоте (a) – 12.8, (б) – 22.7, (в) – 54.6, (г) – 99.9 кГц; и в разрезном стержне на частоте: (д) – 10.4, (е) – 21.8, (ж) – 52.9, (з) – 99.5 кГц.

этих элементов был заведомо намного меньше длин исследуемых волн, поэтому определялся особенностями геометрии и составлял 0.05–0.1 высоты/ширины образца: 0.35–0.39 мм. Общее число элементов составляло около 400 000 (небольшое отклонение от этого числа вызывалось отличиями в структуре прорезей в образцах). Такой выбор сетки конечных элементов позволил получить точность оценки собственных частот до 50 Гц.

Решение задачи проводилось с помощью исследования на собственные частоты в диапазоне 0-100 кГц. Для дальнейшего анализа использовались компоненты смещения частиц на прорезанной поверхности образца в зависимости от координаты и графическое изображение формы колебаний (например, рис. 3).

Как и следовало ожидать, распределение амплитуды колебаний вдоль контрольного стержня равномерно по всей его длине независимо от частоты, длина волны также не изменяется с расстоянием до торца стержня (рис. 3а–3г). На основании результатов моделирования для данного



Рис. 4. Дисперсионные кривые стержня без разрезов (погрешность экспериментально полученных данных меньше величины маркера и увеличивается от 2% до 9% при уменьшении скорости).



Рис. 5. Распределение амплитуды изгибной моды в разрезном стержне.

стержня были рассчитаны дисперсионные кривые для всех мод в диапазоне частот от 100 Гц до 100 кГц (рис. 4).

Для разрезного стержня была построена серия распределений нормированной амплитуды смещения изгибной горизонтальной моды вдоль образца в зависимости от расстояния до свободного торца стержня с огибающими, повторяющими профиль разрезного стержня (рис. 5). С помощью преобразования Гильберта были рассчитаны функции, ортогональные исходным модам, и восстановлены формы огибающих для этих мод. По оси ординат отложены частоты, при этом ноль амплитуды колебаний моды соответствует значению ее собственной частоты. Амплитуды нормированы на начальное значение каждой кривой. Под осью абсцисс изображен профиль разрезного стержня.

После пересечения границы между неразрезанной и разрезанной частями стержня длина волны уменьшается по мере приближения к свободному концу, т.е. проявляется эффект АЧД. При этом форма ее огибающей повторяет профиль разрезного стержня. Кроме того, на частотах выше 52.9 кГц, когда полудлина волны ближе к торцу стержня сравнивается с расстоянием между прорезями, волна перестает достигать торца стержня. Необходимо отметить, что несмотря на то, что длина изгибной волны ведет себя похоже с длиной волны Лэмба в пластине с параболическим профилем [11], величина амплитуды возрастает незначительно, за исключением граничной моды на частоте 52.9 кГц, когда амплитуда возрастает в 10 раз.

Рис. 6а отображает спектры собственных частот контрольного и разрезного стержней в диапазоне до 100 кГц. Спектр разрезного стержня более насыщен, чем спектр контрольного образца. Это объясняется тем, что по мере приближения изгибной волны к торцу разрезного стержня длина волны уменьшается (рис. 6б), и на участке с прорезями укладывается большее число длин волн для похожей частоты (см. рис. 3).

Подобное уменьшение длины волны в разрезном стержне и ее стремление к фиксированному значению было предсказано в [14] и связано с постепенным уменьшением локальной жесткости стержня. Длина волны и соответственно скорость не достигают нуля на торце клина в силу того, что было принято решение ограничить минимальное значение толщины перемычки между прорезями значением 0.85 мм для возможности дальнейшей физической реализации подобного образца.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для экспериментальных исследований из сплава Д16 были изготовлены два образца стержня с размерами 3.9×6.8×200 мм: контрольный без разрезов и с разрезами (рис. 7а).

Экспериментальные исследования проводились с использованием установки, разработанной



Рис. 6. (а) — Собственные частоты изгибной моды, распространяющейся в разрезном и контрольном образцах. (б) — Зависимость длины изгибной волны в стержне от расстояния до свободного торца в диапазоне частот от 10 до 100 кГц. Под графиком помещен профиль разрезного стержня, соответствующий координатам *х* графика.

для исследования клина с параболическим профилем [11]. Образец удерживался специально разработанной крепежной системой за неразрезанный конец (рис. 7б). Два пьезоэлектрических преобразователя прикреплены к образцу с противоположных сторон. В четырех угловых точках струбцины обеспечивается жесткий прижим образца за счет винтового крепления. Преобразователи подпружинены мягким материалом и не участвуют в системе закрепления, но обеспечивают граничные условия. Внутренние площадки преобразователей сдвигаются в поршневом режиме в противофазе, возбуждая таким образом в образце изгибную волну. С помощью лазерного сканирующего виброметра (PSV-300, Polytec) сканировалась поверхность стержня с разрезами, таким образом вертикальное смещение поверхности на визуализации (рис. 8), полученной с помощью лазерного виброметра во время эксперимента, соответствует изгибу стержней в горизонтальной плоскости на рис. 3. Сканирование проводилось только для некоторых частот, чтобы удостоверится в выполнении условия тонкого стержня в данном частотном диапазоне. В дальнейшем значения амплитуды колебательной скорости определялись в выбранных точках на центральной линии поверхности. Количество точек подбиралось таким образом,



Рис. 7. (а) — Образцы стержней, (б) — крепление образца и преобразователей.



Рис. 8. Пример визуализации колебания поверхности разрезного стержня, полученной с помощью сканирующего виброметра.



Рис. 9. Амплитудно-частотная характеристика (а) — контрольного и (б) — разрезного стержней в диапазоне от 10 до 100 кГц.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024



Рис. 10. Распределение амплитуды изгибной моды (а) — в контрольном образце и (б) — в разрезном стержне.

чтобы разрешение по пространству было достаточным для визуализации волны — не менее пяти точек на полдлины волны.

В начале эксперимента с каждым из образцов измерялась АЧХ в непрерывном свип-режиме измерений в диапазоне от 10 до 100 кГц (рис. 9.).

Распределение собственных частот образцов напоминает характер спектров, полученных в результате моделирования (рис. 6а). В контрольном образце на частотах от 55 кГц и выше происходит более эффективная генерация собственных колебаний, и распределение амплитуды (рис. 10а) вдоль стрежня равномернее с учетом узлов и пучностей стоячих волн, чем на низких частотах, при этом длина волны не зависит от расстояния вдоль стержня, а дисперсионная кривая для данного стержня качественно повторяет форму смоделированной кривой, построенной по данным численного моделирования (рис. 4).





В образце разрезанного стержня происходит «выравнивание спектра» — амплитуды резонансных мод на частотах ниже 55 кГц сравнимы с амплитудой пиков на более высоких частотах. Характер поведения амплитуды колебаний изгибной волны в разрезном стержне (рис. 10б) качественно повторяет результаты моделирования: по мере приближения к торцу стержня длина волны уменьшается, и как только расстояние между прорезями становится равным половине длины волны, волна не распространяется дальше (рис. 5). Наблюдается только небольшое смещение частотного спектра ($\pm 3 \ \kappa \Gamma \mu$) по сравнению с промоделированным (рис. 5). Значения длины изгибной волны в моделировании и в проведенном эксперименте для разрезного стержня в зависимости от приближения к торцу стержня для разных частот представлены на рис. 11. Ближе к торцу стержня погрешность определения длины волны увеличивается и возрастает от 1 до 4 мм.

Для всех исследованных частот наблюдается уменьшение длины изгибной волны в стержне в зависимости от пройденного расстояния. Однако, на расстоянии около 30 мм от торца, уменьшение длины волны практически не происходит и даже наблюдается немонотонное поведение длины волны в зависимости расстояния, что связано с тем, что данный образец стержня имеет 5 одинаковых по глубине прорезей на конце. Расхождение результатов моделирования и результатов экспериментальных исследований может быть связано с неточностью изготовления стержня (в том числе выполнения прорезей), неправильного учета места и способа закрепления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлены результаты моделирования и эксперимента, подтверждающие проявление эффекта акустической черной дыры в диапазоне от 1 до 100 кГц в разрезном стержне, глубина прорезей в котором меняется по степенному закону (1). Проведено также сравнение с контрольным образцом без прорезей. Для этого:

 рассчитан и изготовлен из сплава алюминия марки Д16 образец разрезного стержня с 28 прорезями, расстояние между которыми уменьшается к торцу стержня, а глубина увеличивается согласно (1);

 численным методом проведено моделирование распространения изгибной волны в стержнях с прорезями и без; 3) методом лазерной виброметрии визуализировано распределение амплитуды колебательной скорости в образцах в зависимости от расстояния до торца стержня в частотном диапазоне от 10 до 100 кГц.

Для всех исследованных мод наблюдается уменьшение длины изгибной волны в стержне в зависимости от пройденного расстояния. Однако, изменение длины волны вблизи торца имеет вид ступени, что связывается как с наличием одинаковых по глубине прорезей у конца стержня, так и с эффектами совпадения или несовпадения длины изгибной волны стержня с размерами разрезанных фрагментов. В этом плане выделяется мода 52.9 кГц (численное моделирование) и 55.7 кГц (эксперимент), у которой на расстоянии 8 мм от торца длина волны резко уменьшается и выходит на среднее значение около 4.8 мм.

Результаты проведенных исследований дают информацию об особенностях распространения изгибных волн в разрезных стержнях и могут быть полезны при разработке шумопоглощающих устройств на их основе.

Исследования выполнены за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19–12–00098). Численное моделирование выполнено за счет государственного задания ИФЗ РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Миронов М.А.* Распространение изгибной волны в пластине, толщина которой плавно уменьшается до нуля на конечном интервале // Акуст. журн. 1988. Т. 34. №. 3. С. 546–547.
- Krylov V.V., Shuvalov A.L. Propagation of localised flexural vibrations along plate edges described by a power law // Proc. of the Institute of Acoustics. 2000. V. 22. № 2. P. 263–270.
- Krylov V.V. Localized acoustic modes of a quadratic solid wedge // Moscow University Physics Bulletin. 1990. V. 45. №. 6. P. 65–69.
- Krylov V.V., Tilman F.J.B.S. Acoustic 'black holes' for flexural waves as effective vibration dampers // J. Sound Vib. 2004. V. 274. № 3–5. P. 605–619.
- 5. *Pelat A., Gautiera F., Conlon S.C., Semperlotti F.* The acoustic black hole: A review of theory and applications // J. Sound Vib. 2020. V. 476. P. 115316.
- Guasch O., Arnela M., Sánchez-Martín P. Transfer matrices to characterize linear and quadratic acoustic black holes in duct terminations // J. Sound Vib. 2017. V. 395. P. 65–79.

- Krylov V.V. Acoustic black holes: recent developments in the theory and applications // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2014. V. 61. № 8. P. 1296–1306.
- Bayod J.J. Experimental study of vibration damping in a modified elastic wedge of power-law profile // J. Vibr. Acoust. 2011. V. 133. № 6. P. 061003.
- Ji H., Luo J., Qiu J., Cheng L. Investigations on flexural wave propagation and attenuation in a modified one-dimensional acoustic black hole using a laser excitation technique // Mechanical Systems and Signal Processing. V. 104. 2018. P. 19–35.
- O'Boy D.J., Krylov V.V. and Kralovic V. Damping of flexural vibrations in rectangular plates using the acoustic black hole effect // J. Sound Vib. 2010. V. 329. P. 4672–4688.

- Агафонов А.А., Коробов А.И., Изосимова М.Ю., Кокшайский А.И., Одина Н.И. Особенности распространения волн Лэмба в клине из АБС пластика с параболическим профилем // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 5. С. 467–474.
- 12. *Миронов М.А.* Точные решения уравнения поперечных колебаний стержня со специальным законом изменения поперечного сечения // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 5. С. 3–8.
- Миронов М.А. Точные решения уравнения поперечных колебаний стержня со специальным законом изменения поперечного сечения вдоль его оси // IX Всесоюзная акустическая конференция. 1991. Секция Л. С. 23–26.
- Миронов М.А. Разрезной стержень как вибрационная черная дыра // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 6. С. 736–739.

PECULIARITIES OF FLEXURAL WAVE PROPAGATION IN A NOTCHED BAR

A. A. Agafonov^a, M. Yu. Izosimova^a, R. A. Zhostkov^b, A. I. Kokshayskiy^a, A. I. Korobov^a *, N. I. Odina^a

^aMoscow State University named after M.V. Lomonosov, Faculty of Physics, Leninskie Gory, Moscow, 119991 Russia

^bInstitute of Physics of the Earth named after. O.Yu. Schmidt RAS, Gruzinskaya st. 10, building 1, Moscow, 123995 Russia

*e-mail: aikor42@mail.ru

The results of numerical modeling and experimental studies of the propagation of flexural elastic waves in a metal notched bar approximates the effect of an acoustic black hole are presented. The sample is a bar with notches, the depth of which increases according to the power law with an exponent equal to (4/3). It has been confirmed experimentally and with the simulation results, that such bars slow down the propagation of an elastic wave to the end of the bar. It is shown in such structures flexural waves have dispersion and their localization at the end of the bar is higher for some natural frequencies than that of a solid rod. The natural oscillations of the whole and notched bars are compared, i.e. the shape of the amplitude of the flexural wave along the rods. The dependence of the flexural wave length in a notched bar on the frequency is investigated as a wave propagates to the end of the bar.

Keywords: bending waves in a rod, split rod, acoustic black hole, laser vibrometry, numerical modeling, experiment

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.2

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ЭХОСИГНАЛОВ ОТ СФЕРИЧЕСКИХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ, НАХОДЯЩИХСЯ ВБЛИЗИ ДНА

© 2024 г. Н. С. Григорьева^{*a*, *}, Ф. Ф. Легуша^{*a*, **}, К. С. Сафронов^{*a*, ***}

^аСанкт- Петербургский государственный морской технический университет, Лоцманская ул. 3, Санкт-Петербург, 190008 Россия

> *e-mail: nsgrig@natalie.spb.su **e-mail: legusha@smtu.ru ***e-mail: safronov.kirill.pm@gmail.com

Поступила в редакцию 18.08.2023 г. После доработки 17.01.2024 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

Изучено влияние дна на эхосигнал от сферических рассеивателей. Дно моделируется жидким поглощающим полупространством. Излучатель/приемник расположены в водном полупространстве. Расстояние между излучателем/приемником и рассеивателем предполагается большим по сравнению с длинами акустических волн в воде и дне. Численные результаты получены для акустически жестких сферических рассеивателей одного и того же радиуса. Взаимодействие между рассеивателями не учитывается. Эхосигнал от одной сферы в широком диапазоне частот вычисляется с помощью метода, предложенного в работах R.H. Hackman и G.S. Sammelmann, важным этапом в реализации которого является вычисление коэффициентов рассеяния сферы. В статье для их вычисления используются асимптотические формулы, полученные с помощью метода перевала. Полученные асимптотические выражения для коэффициентов рассеяния сферы позволяют существенно сократить число слагаемых в формуле для функции формы эхосигнала.

Ключевые слова: рассеяние акустических волн, эхосигнал, сферический рассеиватель, функция формы

DOI: 10.31857/S0320791924030021 **EDN:** ZMVHGC

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача акустического рассеяния несколькими объектами имеет многочисленные практические приложения. Самый простой случай рассеяния объектами конечных размеров соответствует рассеянию двумя сферами. Обширную библиографию, посвященную этой задаче, можно найти в работах [1–14]. Однако, случай, когда рассеиватель располагается вблизи границы раздела двух сред, не был рассмотрен за исключением статьи [15], где сферические рассеиватели располагались в поглощающем дне, а источник/приемник — в водном полупространстве.

В настоящей работе исследуется интерференция эхосигналов от сферических рассеивателей, расположенных вблизи дна, которое моделируется жидким поглощающим полупространством. Модель жидкого дна характеризуется тремя параметрами: продольной скоростью звука c_b , плотностью ρ_b и параметром затухания δ . Для модели песчаного дна, рассмотренной в этой статье, по-казатель преломления

$$n=\frac{c}{c_b}\big(1+i\delta\big),$$

где $\delta = 0.01$. Точечный источник, излучающий сферическую падающую волну с циклической частотой ω , находится в точке M однородного водного полупространства. Приемник также находится в точке M. Геометрия задачи показана на рис. 1.

Вообще говоря, сферы могут иметь разные радиусы. Однако, для простоты, при численном моделировании предполагается, что их радиусы совпадают.

Эхосигнал от одной сферы в широком диапазоне частот вычисляется с помощью метода, предложенного в работах [16, 17]. Возникающие коэффициенты рассеяния сферы вычисляются с помощью метода перевала (см, например, [18]). Полученные асимптотические выражения позволяют существенно сократить число слагаемых в формуле для функции формы эхосигнала.



Рис. 1. Геометрия задачи. С каждой из рассеивающих сфер связана своя система координат: для первой сферы радиуса a это Oyz, для второй сферы радиуса \tilde{a} это $\tilde{O}\tilde{y}\tilde{z}$; d – расстояние между центрами сфер. Излучатель и приемник находятся в точке M.

Альтернативной техникой для вычисления коэффициентов рассеяния сферы является метод комплексных источников [19–22]. Этот метод практически не имеет альтернативы, если расстояние между источником/приемником и рассеивателем мало. Однако, применение метода комплексных источников не позволяет сократить число слагаемых в формуле для функции формы эхосигнала столь же существенно, как при использовании метода перевала. Поэтому в настоящей статье для вычисления коэффициентов рассеяния сферы применяется метод перевала.

Целью этой статьи является изучение интерференционной структуры эхосигналов от двух или более сферических рассеивателей, находящихся вблизи поглощающего дна. В [6] показано, что в случае двух сферических рассеивателей радиуса a переотражением сигналов между ними можно пренебречь, если расстояние d между рассеивателями больше 8a. В данной статье неравенство d > 8a предполагается выполненным.

Все вычисления и графики этой статьи выполнены с использованием системы Wolfram Mathematica. Для вычисления специальных функций, таких как сферические функции Ханкеля или сферические функции Бесселя, используются встроенные алгоритмы.

ЭХОСИГНАЛ ОТ ОДНОЙ СФЕРЫ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ОКОЛО ДНА

Для определенности рассмотрим сферический рассеиватель радиуса *a* с центром в точке *O* (см. рис. 1). Для вычисления эхосигнала от этого рассеивателя воспользуемся методом, предложенным в [16, 17], где акустический потенциал эхосигнала представлен в виде

$$\Phi = -\frac{i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{m=0}^{l} A_{ml}(\mathbf{r}) C_{ml}(\mathbf{r}).$$
(1)

При этом потенциал падающей волны в начале координат в отсутствие рассеивателя дается формулой $\Phi_{inc} = \exp(ikr)/(4\pi r)$. В (1) $k = \omega/c$ – волновое число в воде, T_l – элементы диагональной *T*-матрицы сферы, которые находятся из граничных условий на поверхности сферы. Для акустически жесткой сферы

$$T_{l} = -\frac{j_{l}'(ka)}{h_{l}^{(1)'}(ka)},$$
(2)

где $h_l^{(1)}(x)$ — сферическая функция Ханкеля 1-го рода, $j_l(x)$ — сферическая функция Бесселя, штрих у сферических функций обозначает производную по всему аргументу.

Коэффициенты рассеяния сферы $A_{ml}(\mathbf{r})$ имеют вид

$$A_{ml}(\mathbf{r}) = i^{l-m+1} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} \int_0^\infty \frac{q \, dq}{h} J_m(qy) \Pi_l^m\left(\frac{h}{k}\right) \times \times \left[(-1)^{l+m} e^{ihz} + V(q) e^{2ihb+ihz} \right].$$
(3)

Здесь J_m – цилиндрическая функция Бесселя порядка m; q и $h(q) = \sqrt{k^2 - q^2}$ – горизонтальная и вертикальная компоненты волнового вектора в воде; $\varepsilon_0 = 1$ и $\varepsilon_m = 2$ при $m \ge 1$; $\Pi_l^m(x)$ – нормированная присоединенная функция Лежандра, которая связана с присоединенной функцией Лежандра $P_l^m(x)$ порядка l и ранга m соотношением (см., например, [23])

$$\Pi_{l}^{m}(x) = \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_{l}^{m}(x)$$

V(q) — коэффициент отражения от границы раздела вода/дно [18]

$$V(q) = \frac{\rho_b h - \rho h_b}{\rho_b h + \rho h_b},\tag{4}$$

где ρ и ρ_b — плотности воды и дна соответственно; $h_b = h_b(q) = \sqrt{k_b^2 - q^2}, k_b = \omega / c_b$ — волновое число в дне. При этом предполагается, что на комплексной *q*-плоскости Im $h(q) \ge 0$, Im $h_b(q) \ge 0$.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

В этой статье мы будем использовать приближение однократного рассеяния, когда $C_{ml}(\mathbf{r}) = A_{ml}(\mathbf{r})$, пренебрегая тем, что каждая сферическая гармоника после отражения от плоской границы раздела расщепляется на сумму гармоник. Сравнение эхосигналов от упругой сферической оболочки, вычисленных при $0 < ka \le 55$ и небольших расстояниях между источником/приемником и сферой с учетом многократного рассеяния и в приближении однократного рассеяния, было проведено в [24]. В этой работе водная среда предполагалась полупространством, а оболочка, наполненная воздухом, располагалась у песчаного дна.

Количество слагаемых, которые надо просуммировать в (1), определяется тем, что для акустически жесткой сферы коэффициенты T_l начинают экспоненциально убывать при $l > ka \gg 1$. В [25] для упругих оболочек получена формула

$$\max l = l_{\max} = \left[ka + 4.05 (ka)^{1/3} \right] + 3, \qquad (5)$$

где [x] — целая часть x. Проведенные вычисления показали, что для акустически жесткой сферы правило (5) также применимо. Для a = 0.3 м, c = 1500 м/с и f = 60 кГц при вычислении акустического потенциала сферического отражателя необходимо вычислить более чем 4500 коэффициентов рассеяния сферы, которые даются формулой (3) и представляют собой интегралы от быстро осциллирующих функций по бесконечному промежутку интегрирования. Ниже с помощью метода перевала для интегралов (3) будут получены асимптотические формулы, которые могут быть использованы при достаточно больших расстояниях между источником и отражателем.

Представим коэффициент рассеяния сферы $A_{ml}(\mathbf{r})$ в виде суммы двух слагаемых

$$A_{ml}\left(\mathbf{r}\right) = A_{ml}^{\left(f\right)}\left(\mathbf{r}\right) + A_{ml}^{\left(d\right)}\left(\mathbf{r}\right),\tag{6}$$

$$A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) = i^{l-m+1}(-1)^{l+m} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} \int_0^\infty \frac{qdq}{h} J_m(qy) \Pi_l^m\left(\frac{h}{k}\right) e^{ihz}, \quad (7)$$

$$A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) = i^{l-m+1} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} \int_0^\infty \frac{q dq}{h} J_m(qy) \times \\ \times \Pi_l^m \left(\frac{h}{k}\right) V(q) e^{ih(2b+z)}.$$
(8)

Интеграл $A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r})$ может быть вычислен в явном виде [17]

$$A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) = ik\sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}}h_l^{(1)}(kr)\Pi_l^m(\cos\theta).$$
 (9)

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

Вклад этого слагаемого в эхо-сигнал (2) дает

$$\Phi^{(f)} = -\frac{i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{m=0}^{l} \left[A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) \right]^2.$$
(10)

Используя теорему сложения для присоединенных функций Лежандра [26], сумму по *m* можно записать в виде

$$\sum_{m=0}^{l} \left[A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) \right]^2 = -k^2 \frac{2l+1}{4\pi} \left[h_l^{(1)}(kr) \right]^2.$$

Таким образом,

$$\Phi^{(f)} = \frac{ik}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l \bigg[h_l^{(1)}(kr) \bigg]^2, \qquad (11)$$

т.е. вклад $\Phi^{(f)}$ в Φ описывает эхосигнал от рассеивающей сферы, находящейся в изотропном водном пространстве (см., например, [27]).

Интеграл (8) вычисляется в явном виде, только если коэффициент отражения V(q) не зависит от q. Тогда

$$A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) = ik(-1)^{l+m} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} V h_l^{(1)}(kr_d) \Pi_l^m(\cos\theta_d), \quad (12)$$

где

$$r_{d} = \sqrt{y^{2} + (2b + z)^{2}},$$

$$\theta_{d} = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{2b + z}\right),$$

$$\cos \theta_{d} = \frac{2b + z}{r_{d}}.$$
(13)

В этом случае

$$\Phi^{(d)} = -\frac{i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{m=0}^{l} \left[A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \right]^2 =$$

$$= \frac{ikV^2}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l \left[h_l^{(1)}(kr_d) \right]^2,$$
(14)

т.е. вклад $\Phi^{(d)}$ в Φ описывает эхосигнал от образа рассеивающей сферы, отраженной от границы раздела вода/дно.

Наконец, для слагаемого $\Phi^{(f,d)}$

$$\Phi^{(f,d)} = -\frac{2i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{m=0}^{l} A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}), \quad (15)$$

используя теорему сложения для присоединенных функций Лежандра [26], получаем (*V* = const)

$$\Phi^{(f,d)} = \frac{ikV}{2\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)T_l h_l^{(1)}(kr) \times h_l^{(1)}(kr_d) P_l \left(\frac{y^2 - 2bz - z^2}{r r_d}\right).$$
(16)

Таким образом, в случае границы раздела вода/ дно с V = const эхосигнал от рассеивающей сферы может быть представлен в виде суммы потенциалов, определяемых по формулам (11), (14), (16)

$$\Phi = \Phi^{(f)} + \Phi^{(d)} + \Phi^{(f,d)}.$$
 (17)

Если коэффициент отражения V(q) зависит от q, то интеграл (8) в явном виде не вычисляется. По аналогии с [28, 29], вычисляя интеграл (8) с помощью метода перевала, в главном приближении при $kr_d \rightarrow \infty$ получаем

$$A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \sim (-1)^m \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} \frac{1}{r_d} \Pi_l^m (\cos \theta_d) \hat{V}(\theta_d) e^{i\left(kr_d + \frac{\pi l}{2}\right)}, (18)$$

где r_d и θ_d определяются формулами (13),

$$\hat{V}(\theta_d) = \frac{\chi \cos \theta_d - \sqrt{n^2 - 1 + \cos^2 \theta_d}}{\chi \cos \theta_d + \sqrt{n^2 - 1 + \cos^2 \theta_d}},$$
(19)

 $\chi = \rho_b / \rho$ — отношение плотностей дна и воды.

Если $\theta_d < \alpha_*$, где $\alpha_* = \arcsin c/c_b -$ угол полного внутреннего отражения, то формула (18) и теорема сложения для присоединенных функций Лежандра дают (17), где $\Phi^{(l)}$ определяется (11),

$$\Phi^{(d)} = -\frac{i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{m=0}^{l} \left[A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \right]^2 \sim -\frac{i\hat{V}^2(\theta_d)}{4\pi k r_d^2} e^{2ikr_d} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1)T_l,$$
(20)

$$\Phi^{(f,d)} \sim -\frac{iV(\theta_d)}{2\pi k r r_d} e^{ik(r+r_d)} \times$$

$$\times \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l P_l \left(\cos(\theta+\theta_d)\right).$$
(21)

Если \hat{V} = const, то формулы (20), (21) совпадают с (14), (16) соответственно, если сферическую

функцию Ханкеля 1-го рода $h_l^{(1)}(x)$ заменить главным членом ее асимптотического разложения при $x \to \infty$

$$h_{l}^{(1)}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} H_{l+1/2}^{(1)}(x) \sim$$
$$\sim \frac{1}{x} \exp\left[i\left(x - \pi(l+1)/2\right)\right].$$

Если $\theta_d > \alpha_*$, где $\alpha_* = \arcsin c/c_b -$ угол полного внутреннего отражения, то в формуле (18) появляется дополнительное слагаемое – боковая волна

$$\hat{A}_{ml}^{(d)} \sim (-1)^{m+1} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} \frac{\Pi_l^m (\cos \alpha_*)}{k r_d^2} \Psi(\alpha_*, \theta_d) \times \\ \times \exp[i k r_d \cos(\alpha_* - \theta_d) - i \pi l/2],$$
(22)

где

$$\Psi(\alpha_*, \theta_d) = \frac{2n}{\chi \sqrt{\cos \alpha_* \sin \theta_d} \left[\sin \left(\alpha_* - \theta_d \right) \right]^{\frac{3}{2}}}$$
(23)

Появление слагаемого (22) математически связано с вкладом точки ветвления подынтегрального выражения (8).

Формула (22) теряет смысл, если $c / c_b \rightarrow 1$, т. к. соз $\alpha_* = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_*} = \sqrt{1 - (c/c_b)^2}$, и если $\theta_d \rightarrow \alpha_*$. Аналогично тому, как это получено в [18] для классической боковой волны, можно показать, что формулы (18) и (22) справедливы при условии, что $kr_d(\theta_d - \alpha_*)^2 \gg 1$.

В этом случае, как показано в [29], к сумме (17) добавляются новые слагаемые, связанные с наличием боковой волны:

$$\hat{\Phi}^{(f,d)} = -\frac{2i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{m=0}^{l} A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) \hat{A}_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \sim$$

$$\sim \frac{i}{2\pi k^2 r r_d^2} \Psi(\alpha_*, \theta_d) e^{ik[r + r_d \cos(\alpha_* - \theta_d)]} \times \qquad (24)$$

$$\times \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) T_l P_l (\cos(\theta + \alpha_*)),$$

$$\hat{\Phi}^{(d,d)} = -\frac{2i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{l=0}^{l} A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \hat{A}_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \sim$$

$$\begin{split} & \Phi^{*} = -\frac{1}{k} \sum_{l=0}^{2} I_{l} \sum_{m=0}^{2} A_{ml} (\mathbf{I}) A_{ml} (\mathbf{I}) \sim \\ & \sim -\frac{i}{2\pi k^{2} r_{d}^{3}} \hat{V}(\theta_{d}) \Psi(\alpha_{*}, \theta_{d}) e^{ikr_{d} [1 + \cos(\alpha_{*} - \theta_{d})]} \times (25) \\ & \times \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_{l} P_{l} (\cos(\alpha_{*} + \theta_{d})), \end{split}$$

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

$$\hat{\Phi}^{(d)} = -\frac{i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{m=0}^{l} \left[\hat{A}_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \right]^2 \sim \\ \sim -\frac{i}{4\pi k^3 r_d^4} \left[\Psi(\alpha_*, \theta_d) \right]^2 \times$$
(26)
$$\times e^{2ikr_d \cos(\alpha_* - \theta_d)} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1)T_l,$$

где функция $\Psi(\alpha_*, \theta_d)$ дается формулой (23).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ ФОРМЫ ДЛЯ ОДНОГО СФЕРИЧЕСКОГО РАССЕИВАТЕЛЯ, НАХОДЯЩЕГОСЯ ВБЛИЗИ ДНА

Для исследования зависимости эхосигнала от частоты рассмотрим функцию формы акустического рассеяния, которая в случае изотропного водного пространства определяется как

$$F^{(f)}(ka) = \frac{2r}{a} \left| \frac{\Phi^{(f)}(ka)}{\Phi_{\rm inc}} \right|,\tag{27}$$

где $\Phi^{(f)}(ka)$ — акустический потенциал эхосигнала в точке приемника (11), $\Phi_{inc} = \exp(ikr)/(4\pi r)$ потенциал падающей волны в начале координат в отсутствие рассеивателя.

На рис. 2 показана зависимость функции формы $F^{(f)}(ka)$ от ka для эхосигнала, отраженного от акустически жесткой сферы радиуса a = 0.3 м, находящейся в изотропном водном пространстве с c = 1500 м/с и $\rho = 1000$ кг/м³, y = 50 м, z = 20 м, r = 53.85 м (см. рис. 1); $40 \le f \le 60$ кГц. В этом случае эхосигнал состоит из двух компонент: зеркального отражения и поверхностной волны Франца, которая возбуждается на поверхности сферы на границе освещенной и теневой областей. Разность времен прихода этих двух волн в точке M равна

$$\Delta T = \left[\left(2\sqrt{r^2 - a^2} + \pi a \right) - 2(r - a) \right] / c,$$

что дает период осцилляций $\Delta f = 1 / \Delta T$. Выражая период осцилляций через ka, получаем $\Delta_{ka}f = 2\pi a \Delta f/c$. Для r = 53.85 м и a = 0.3 м это дает $\Delta_{ka}f = 1.22$. На рис. 2 интерференция между двумя составляющими эхосигнала порождает осцилляции с периодом, равным 1.21.



Рис. 2. Функция формы эхосигнала, отраженного от акустически жесткой сферы радиуса a = 0.3 м, находящейся в изотропном водном пространстве; y = 50 м, z = 20 м; $40 \le f \le 60$ кГц.

Пусть теперь рассеиватель находится у песчаного дна. Скорость звука в дне $c_b = 1600$ м/с, показатель преломления $n = c/c_b(1+i\delta)$, где $\delta = 0.01$, плотность дна $\rho_b = 1800$ кг/м³, y = 50 м, z = 20 м, b = 5 м (см. рис. 1). В этом случае функция формы определяется равенством

$$F(ka) = \frac{2r}{a} \left| \frac{\Phi(ka)}{\Phi_{\rm inc}} \right|,\tag{28}$$

где $\Phi(ka)$ — акустический потенциал эхосигнала в точке приемника (см. (17), (11), (20), (21)), $\Phi_{inc} = \exp(ikr)/(4\pi r)$ — потенциал падающей волны в начале координат в отсутствие рассеивателя (см. [17]). Рис. 3 состоит из двух частей: часть (а) показывает зависимость функции формы от *ka* при $40 \le f \le 60$ кГц; часть (б) — при $55 \le ka \le 60$. Пунктирная линия на рис. 3б — это функция формы для эхосигнала от сферы, находящей в изотропном водном пространстве (см. рис. 2). В этом случае $\alpha_* = \arcsin c/c_b = 1.22$ рад, $\theta_d = \arctan y/(2b+z) = 1.03$ рад, т.е. $\theta_d < \alpha_*$, $kr_d(\theta_d - \alpha_*)^2 = 99.26 \gg 1$.

Дополнительный сигнал, отраженный от дна, усиливает эхосигнал от сферического рассеивателя почти в два раза.

Сравнение результатов вычислений в нескольких точках интервала $55 \le ka \le 60$ значений функции формы F(ka), полученных с использованием асимптотических выражений (17), (11), (20), (21), и точных значений функции формы, вычисленных



Рис. 3. Функция формы эхосигнала, отраженного от акустически жесткой сферы радиуса a = 0.3 м, находящейся у песчаного дна; y = 50 м, z = 20 м, b = 5 м; (a) $-40 \le f \le 60$ кГц, (б) $-55 \le ka \le 60$. Пунктирная линия — функция формы для эхосигнала от сферы, находящей в изотропном водном пространстве.

по формулам (1)-(3), показало, что во всех этих точках разница между полученными значениями не превосходит 10^{-5} .

На рис. 4 рассеиватель приближен к дну: b = 1 м. Все остальные параметры те же, что для рис. 3. Сравнение рис. 3 и 4 показывает, что при приближении рассеивателя к дню эхосигнал существенно усиливается. Период осцилляций функции формы также увеличивается.

Если акустически жесткая сфера находится в поглощающем дне, а источник/приемник в воде, то график функции формы для эхосигнала, как функция *ka*, представляет собой осциллирующую с маленькой амплитудой монотонно убывающую кривую (см. [15]).



Рис. 4. Функция формы эхосигнала, отраженного от акустически жесткой сферы радиуса a = 0.3 м, находящейся у песчаного дна; y = 50 м, z = 20 м, b = 1 м; (а) $-40 \le f \le 60$ кГц, (б) $-55 \le ka \le 60$. Пунктирная линия — функция формы для эхосигнала от сферы, находящей в изотропном водном пространстве.

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ЭХОСИГНАЛОВ ОТ ДВУХ СФЕРИЧЕСКИХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ, НАХОДЯЩИХСЯ ВБЛИЗИ ДНА

Функция формы двух сферических рассеивателей одного и того же радиуса *a*, находящихся в изотропном водном пространстве, определяется следующим образом (см. [6])

$$F^{(f)}(ka) = \frac{2}{a} \left| \frac{r \Phi^{(f)}(ka)}{\Phi_{\rm inc}} + \frac{\tilde{r} \widetilde{\Phi}^{(f)}(ka)}{\widetilde{\Phi}_{\rm inc}} \right|, \qquad (29)$$

где $\widetilde{\Phi}^{(f)}(ka)$ — акустический потенциал в случае акустически жесткой сферы радиуса $\tilde{a} = a = 0.3$ м с центром в точке \tilde{O} , находящейся в изотропном водном пространстве; $\widetilde{\Phi}_{inc}$ — потенциал падающей

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024



Рис. 5. Функция формы эхосигнала от двух акустически жестких сферических рассеивателей радиуса 0.3 м, находящихся в изотропном водном пространстве; y = 50 м, $\tilde{y} = 45$ м, $z = \tilde{z} = 20$ м, d = 5 м; (a) $-40 \le f \le 60$ кГц, (б) $-55 \le ka \le 60$.



Рис. 6. Функция формы эхосигнала от двух акустически жестких сферических рассеивателей радиуса 0.3 м, находящихся вблизи дна; y = 50 м, $\tilde{y} = 45$ м, $z = \tilde{z} = 20$ м, $b = \tilde{b} = 5$ м, d = 5 м; $55 \le ka \le 60$. Пунктирная линия — функция формы двух сферических рассеивателей, находящихся в изотропном водном пространстве.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

волны в точке \tilde{O} в предположении, что рассеиватель отсутствует, $\tilde{\Phi}_{inc} = \exp(ik\tilde{r})/(4\pi\tilde{r})$. Будем предполагать, что y = 50 м, $\tilde{y} = 45$ м, $z = \tilde{z} = 20$ м, т.е. d = 5 м. При этом с каждой из рассеивающих сфер связана своя система координат: для первой сферы это Oyz, для второй сферы это \tilde{Oyz} (см. рис. 1).

На рис. 5 представлена зависимость функции формы (29) от *ka*. На рис. 5а показана зависимость функции формы от *ka* при $40 \le f \le 60$ кГц; на рис. 56 — при $55 \le ka \le 60$.

Сравнение рис. 2 и 5 показывает, что интерференция зеркальных отражений и волн Франца не видна на графике функции формы для двух рассеивателей. Верхняя огибающая графика функции формы для двух рассеивателей совпадает с суммой значений функций формы для одиночных рассеивателей, а нижняя огибающая — с модулем разности значений функций формы для одиночных рассеивателей. Период осцилляций по графику равен 0.41. Он вычисляется как $2\pi a / |r - \tilde{r}|$.

Функция формы двух сферических рассеивателей одного и то же радиуса $\tilde{a} = a = 0.3$ м, находящихся вблизи дна, вычисляется по формуле

$$F(ka) = \frac{2}{a} \left| \frac{r \Phi(ka)}{\Phi_{\text{inc}}} + \frac{\tilde{r} \widetilde{\Phi}(ka)}{\widetilde{\Phi}_{\text{inc}}} \right|,$$
(30)

где $\tilde{\Phi}(ka)$ — акустический потенциал сферы с центром в точке \tilde{O} (см. рис. 1).

Ì

Будем предполагать, что y = 50 м, $\tilde{y} = 45$ м, $z = \tilde{z} = 20$ м, $b = \tilde{b} = 5$ м, d = 5 м. Поскольку период колебаний полученной кривой мал, на рис. 6 задан интервал $55 \le ka \le 60$. Пунктирная линия функция формы двух сферических рассеивателей, находящихся в изотропном водном пространстве (см. рис. 5).

На рис. 7 рассеиватели приближены к дну: $b = \tilde{b} = 1$ м. Все остальные параметры те же, что на рис. 6. Пунктирная линия — функция формы двух сферических рассеивателей, находящихся в изотропном водном пространстве.

По сравнению со случаем изотропного пространства максимальное значение функции формы для рассеивателей вблизи дна увеличивается с 2 до 3.5. Осцилляции становятся квазипериодическими.

Если акустически жесткие сферические рассеиватели находятся в поглощающем дне, а излучатель/приемник в воде, то эхосигнал от них, как функция *ka*, представляет собой осциллирующую кривую, верхняя огибающая которой совпадает с



Рис. 7. Функция формы эхосигнала от двух акустически жестких сферических рассеивателей радиуса 0.3 м, находящихся вблизи дна; y = 50 м, $\tilde{y} = 45$ м, $z = \tilde{z} = 20$ м, $b = \tilde{b} = 1$ м, d = 5 м; $55 \le ka \le 60$. Пунктирная линия — функция формы двух сферических рассеивателей, находящихся в изотропном водном пространстве.

суммой функций формы для каждого из двух рассеивателей, а нижняя огибающая — с модулем разности этих двух функций формы (см. [15]).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Статья предлагает эффективный метод вычисления эхосигнала от двух сферических рассеивателей, расположенных у дна. Эхосигнал от одного рассеивателя в широком диапазоне частот вычисляется с помощью метода, предложенного в работах [16, 17]. Возникающие коэффициенты рассеяния сферы вычисляются с помощью метода перевала. Полученные асимптотические выражения позволяют существенно сократить число слагаемых в формуле для функции формы эхосигнала.

Показано, что учет влияния дна на эхосигнал от двух сферических рассеивателей приводит к усилению эхосигнала почти в два раза по сравнению с эхосигналом от аналогичных рассеивателей, находящихся в изотропном водном пространстве.

Предложенный метод может быть использован и в случае упругих сфер или сферических оболочек. В этом случае формулы (17), (11), (18), (22) сохраняются. Меняются только выражения для коэффициентов T_l . Для сферической упругой оболочки, заполненной воздухом, эти выражения приведены, например, в [30].

Моделирование эхосигнала от трех или более сферических рассеивателей может быть проведено аналогично. Предложенный метод может быть применен и в случае, когда источник и приемник не совмещены, а также в случае, когда вертикальная плоскость, проходящая через центр первой сферы и точку *M*, и вертикальная плоскость, проходящая через центр второй сферы и точку *M*, не совпадают.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской федерации в рамках программы научного центра мирового уровня «Передовые цифровые технологии» (договор № 075-15-2022-312 от 20.04.2022).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Allegra J.R., Hawley S.A. Attenuation of sound in suspensions and emulsions: Theory and experiments // J. Acoust. Soc. Am. 1972. V. 51. P. 1545–1564.
- Commander K.W., Prosperetti A. Linear pressure waves in bubbly liquids: Comparison between theory and experiments // J. Acoust. Soc. Am. 1989. V. 85. P. 732–746.
- Sessarego J.-P., Sageloli J. Étude théorique et expérimentale de la diffusion acoustique par deux coques sphériques élastiques // ACUSTICA – Acta Acust. 1993. V. 79. P. 14–21.
- Gaunaurd G.C., Huang H. Acoustic scattering by a pair of spheres // J. Acoust. Soc. Am. 1995. V. 98. P. 495–507.
- Folacci A., Rossi J.-L., Sessarego J.-P. GTD Analysis of Scattering by Two Elastic Spheres // ACUSTICA – Acta Acust. 1997. V. 83. P. 93–104.
- Bjørnø I., Jensen L.B. Numerical modelling of multiple scattering between two elastical particles // OCEAN'98 Conference Proceedings. Nice, France. 28 September–1 October 1998. V. 2. P. 598–602.
- Barbat T., Ashgriz N., Liu C.-S. Dynamics of two interacting bubbles in an acoustic field // J. Fluid Mech. 1999. V. 389. P. 137–168.
- Kapodistrias G., Dahl P.H. Effects of interaction between two bubble scatterers // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 107. P. 3006–3017.
- 9. *Temkin S.* Suspension Acoustics: An Introduction to the Physics of Suspension, 1st ed.; Cambridge University Press: Cambridge, UK, 2005.
- Valier-Brasier T., Conoir J.-M., Coulouvrat F., Thomas J.-L. Sound propagation in dilute suspensions of spheres: Analytical comparison between coupled phase model and multiple scattering theory // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. P. 2598–2612.
- 11. *Kubilius R., Pedersen G.* Relative acoustic frequency response of induced methane, carbon dioxide and air gas bubble plumes, observed laterally // J. Acoust. Soc. Am. 2016. V. 140. P. 2902–2912.
- Maksimov A., Yusupov V. Coupled oscillations of a pair of closely spaced bubbles // Eur. J. Mech. Fluids. 2016. V. 60. P. 164–174.

- Maksimov A.O., Polovinka Y.A. Scattering from a pair of closely spaced bubbles // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 144. P. 104–114.
- Valier-Brasier T., Conoir J.-M. Resonant acoustic scattering by two spherical bubbles // J. Acoust. Soc. Am. 2019. V. 145. P. 301–311.
- Grigorieva N.S., Legusha F.F., Nikushchenko D.V., Safronov K.S. Interference of echo-signals from two buried spherical targets // Acoustics. 2023. V. 5. № 2. P. 509–521.
- Hackman R. H., Sammelmann G. S. Acoustic scattering in an inhomogeneous waveguide: Theory // J. Acoust. Soc. Am. 1986. V. 80. P. 1447–1458.
- Hackman R. H., Sammelmann G. S. Multiple-scattering analysis for a target in an oceanic waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 1988. V. 84. P. 1813–1825.
- 18. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
- Fawcett J.A. Complex-image approximations to the half-space acousto-elastic Green's function // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 108. P. 2791–2795.
- Fawcett J.A. A method of images for a penetrable acoustic waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 113. P. 194–204.
- Fawcett J.A., Lim R. Evaluation of the integrals of target/seabed scattering using the method of complex images // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 114. P. 1406–1415.
- Taraldsen G. The complex image method // Wave Motion. 2005. V. 43. P. 91–97.

- 23. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 1. М.: Наука, 1973. 294 с.
- Sessarego J.-P., Cristini P., Grigorieva N.S., Fridman G.M. Acoustic scattering by an elastic spherical shell near the seabed // J. Comp. Acoust. 2012. V. 20. № 3. P. 1250006.1–1250006.19.
- Kargl S.G., Marston P.L. Ray synthesis of Lamb wave contributions to the total scattering cross section for an elastic spherical shell // J. Acoust. Soc. Am. 1990. V. 88. № 3. P. 1103–1113.
- 26. *Кратцер А., Франц В.* Трансцендентные функции. М.: ИЛ, 1963. 467 с.
- 27. Шендеров Е. Л. Излучение и рассеяние волн. Л.: Судостроение, 1989. 302 с.
- Григорьева Н.С., Куприянов М.С., Михайлова Д.А., Островский Д.Б. Рассеяние звуковых волн на сферическом рассеивателе, находящемся вблизи ледовой поверхности // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 1. С. 10–23.
- Григорьева Н.С., Сафронов К.С., Лукьянов В.Д. Эхосигнал от сферического рассеивателя, находящегося вблизи газонасыщенного дна // Труды СПбГМТУ. 2022. Т. 2. С. 122–136.
- 30. *Григорьева Н.С., Фридман Г.М.* Рассеяние звука сферической оболочкой, помещенной в волновод с жидким дном // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 4. С. 424–432.

INTERFERENCE OF ECHO-SIGNALS FROM SPHERICAL SCATTERERS LOCATED NEAR THE SEABED

N. S. Grigorieva^{*a*, *}, F. F. Legusha^{*a*, **}, K. S. Safronov^{*a*, ***}

^aSt. Petersburg State Marine Technical University, Lotsmanskaya st. 3, St. Petersburg, 190008 Russia

*e-mail: nsgrig@natalie.spb.su **e-mail: e-mail: legusha@smtu.ru ***e-mail: safronov.kirill.pm@gmail.com

The paper investigates the impact of the seabed on the echo signal from spherical scatterers. The seabed is modeled as a liquid absorbing half-space. The transmitter/receiver is located in the water half-space. The distance between the transmitter/receiver and the scatterer is assumed to be large compared to the wavelengths of acoustic waves in water and the seafloor. Numerical results are obtained for acoustically rigid spherical scatterers of the same radius. Interaction between the scatterers is not taken into account. The echo signal from a single sphere over a wide frequency range is computed using a method proposed by R.H. Hackman and G.S. Sammelmann, with a crucial step being the computation of the scattering coefficients of the sphere. Asymptotic formulae obtained using the saddle-point method are used in the paper to compute these coefficients. The obtained asymptotic expressions for the scattering coefficients of the sphere is presented to be the summands in the formula for the form function of the echo signal.

Keywords: acoustical scattering, echo signal, spherical scatterer, form function

—— КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН ——

УДК 534.26;534.6.08

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ НА ТОНКОМ КОНУСЕ

© 2024 г. А. Ю. Лаптев^{а, *}, А. И. Корольков^b, А. В. Шанин^a

^а Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы, Москва, ГСП-1, 119991 Россия ^bUniversity of Manchester, Oxford Road, Manchester, M13 9PL UK *e-mail: laptev97@bk.ru Поступила в редакцию 21.06.2023 г.

После доработки 16.12.2023 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

Исследуется задача дифракции ультразвуковых волн на остроугольном жестком конусе. В рамках метода параболического уравнения строится аналитическое решение задачи с произвольно расположенным точечным источником. А именно, задача сводится к граничному интегральному уравнению Вольтерры, которое удается решить с помощью преобразования Фурье. Проводится экспериментальное измерение дифрагированного поля. Эксперимент основывается на методе М-последовательности, адаптированном для узкополосных источников звука. Дается сравнение экспериментальных и теоретических результатов.

Ключевые слова: метод параболического уравнения, канонические задачи дифракции, метод М-последовательности

DOI: 10.31857/S0320791924030032 EDN: ZMURFT

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе теоретически и экспериментально исследуется задача дифракции ультразвуковых волн с узким угловым спектром на жестком круговом конусе с малым углом раствора. При условии малости длины волны по сравнению с продольными размерами препятствия дифракционная задача может быть приближенно решена в рамках метода параболического уравнения. Волновое поле у поверхности рассеивателя представляется в виде произведения быстро осциллирующего множителя и так называемой функции ослабления, а уравнение Гельмгольца для полного поля сводится к параболическому уравнению для функции ослабления.

Параболическое приближение применяется к этой задаче не в первый раз. В [1–2] развивается метод пограничного слоя. В рамках данного подхода в зонах Фока генерируются волны соскальзывания, бегущие и отрывающиеся от поверхности. Сумма таких волн и образует поле вблизи поверхности конуса.

В [3–8] вводится система координат, связанных с поверхностью рассеивателя, производится разложение по малым параметрам в предположении

малости поперечных размеров рассеивателя. В частности, в [4] с помощью данной техники строится приближенное решение задачи рассеяния на тонком конусе.

В [9] авторы остаются в декартовой системе координат, в которой и строят решение параболического уравнения. С помощью теоремы Грина для параболического уравнения выводится граничное интегральное уравнение для функции ослабления поля плоской волны на поверхности рассеивателя, которое затем решается с помощью метода Фурье. Далее с помощью теоремы Грина вычисляется поле во всем пространстве. Стоит отметить, что результаты [4] и [9] согласуются, несмотря на неэквивалентность теоретических построений.

В [10—11] задача дифракции на конусе (без каких-либо предположений о поперечных размерах) решается точно с помощью метода разделения переменных. Полное поле у поверхности конуса представляется в виде ряда по функциям Лежандра. Однако практическая применимость данного решения ограничена, ввиду его медленной сходимости.

В [12–15] исследуются задачи дифракции на конусе произвольного сечения. Производится разделение переменных по радиальной и угловой координате. Поле выражается через функцию Грина на единичной сфере с разрезом. В [16, 17] используется аналогичный подход, основанный на интегральном представлении Конторовича—Лебедева.

Стоит отметить, что большая часть теоретических работ исследует дифракцию либо плоской волны, либо поля осесимметрично расположенного точечного источника, за исключением работ [7, 11, 12], посвященных исследованию поля произвольно расположенного точечного источника.

В работе [18] проводится теоретическое и экспериментальное исследование дифракции на тонком конусе. Теоретическая часть исследования основана на граничном интегральном уравнении из [9], решаемом численно, рассматриваются осесимметричное и произвольное расположение источника. Эксперимент проводится с помощью метода М-последовательности.

Несмотря на обилие работ, посвященных теоретическому анализу задач данного класса, авторам не известны другие экспериментальные исследования в данном направлении. Данная работа призвана расширить исследование в [18] по следующим направлениям: во-первых, граничное интегральное уравнение решается не численно, а аналитически с помощью разделения переменных по аксиальной и угловой координате; во-вторых, проводится экспериментальное исследование дифракции не только в звуковом, но и ультразвуковом диапазоне, что, как будет показано далее, требует обобщения метода М-последовательности, а именно, использования фазоманипулированных сигналов (см., например, [19-22]). Кроме того, расширение частотного диапазона позволило авторам исследовать дифракционные эффекты в полном объеме.

Статья имеет следующую структуру. Сначала с помощью метода параболического уравнения в

формулировке [9] строится выражение для поля произвольно расположенного точечного источника на поверхности тонкого жесткого конуса и за ее пределами. Далее описывается методика прямого дифракционного эксперимента на основе метода М-последовательности, модифицированного на случай узкополосных излучателей. Потом описывается сам эксперимент, в рамках которого осесимметрично расположенный точечный источник облучает тонкий конус. Проводится сравнение экспериментальных и теоретических результатов, и анализируются основные факторы, влияющие на точность измерений.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассматривается стационарная задача рассеяния звуковой волны, излученной монопольным точечным источником, на круговом конусе (зависимость от времени представляется в виде $e^{-i\omega t}$, далее в работе она опускается). Геометрия задачи представлена на рис. 1.

Вне поверхности конуса для звукового давления *ũ* выполняется уравнение Гельмгольца:

$$\Delta \tilde{u} + k^2 \tilde{u} = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s),$$

где **г** — координатный вектор точки наблюдения, **г**_s — координатный вектор источника, Δ — оператор Лапласа.

Предполагается, что конус является узким (т.е. угол раствора конуса $2 \operatorname{arctg}(\alpha) << 1$), а длина волны, излученной источником, много меньше расстояния от вершины конуса до источника. Предполагается также, что источник находится под малым углом к оси конуса. Эти условия позволяют использовать метод параболического уравнения. Введем цилиндрические координаты (*x*, *r*, ϕ) с началом координат



Рис. 1. Геометрия задачи

в вершине конуса и координатой *x*, направленной вдоль оси конуса. Поле \tilde{u} представляется в виде $\tilde{u}(x,r,\varphi) = \exp(ikx)u(x,r,\varphi)$ (далее экспоненциальный множитель опускается). После подстановки данного выражения в уравнение Гельмгольца и выделения главных членов, получаем параболическое уравнение теории дифракции (ПУТД) в цилиндрических координатах:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{1}{2ik}\Delta_{\perp}\right)u=\frac{1}{2\pi r}\delta(r-r_s)\delta(\varphi)\delta(x-x_s),$$

где $\Delta_{\perp} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$. Предполагается, что $\varphi_s = 0$.

Представим полное поле *и* в виде суммы падающего и рассеянного поля:

$$u = u^{\text{in}} + u^{\text{sc}}$$
.

Поскольку рассматривается задача с точечным источником, падающее поле *u*ⁱⁿ совпадает с функцией Грина параболического уравнения:

$$u^{\text{in}}(x,r,\varphi) = \frac{k}{2\pi i (x-x_s)} \exp\left(\frac{ik}{2} \frac{r^2 + r_s^2 - 2rr_s \cos\varphi}{x-x_s}\right)$$

В задаче рассматривается акустически жесткий конус, т.е. на поверхности конуса выполняется граничное условие Неймана в параболическом приближении (переход от нормальной производной к данному приближению подробно обсуждается в [9]):

$$N[u](x,\alpha x,\varphi) = 0, \quad N \equiv \frac{\partial}{\partial r} - ik\alpha.$$

Введем обозначения для падающего и рассеянного поля на поверхности конуса $U^{in}(x, \varphi) \equiv u^{in}(x, \alpha x, \varphi)$, $U^{sc}(x, \varphi) \equiv u^{sc}(x, \alpha x, \varphi)$. Применяя теорему Грина для параболического уравнения [9], получаем граничное интегральное уравнение Вольтерры для полного поля $U = U^{in} + U^{sc}$ на поверхности конуса:

$$U(x_*,\phi_*) = \int_0^{2\pi} \int_0^{x_*} K(x_*,\phi_*,x,\phi) U(x,\phi) dx d\phi + 2U^{\text{in}}(x_*,\phi_*).$$
(1)

Явная форма ядра интегрального уравнения дается следующим выражением:

$$K(x_{*}, \varphi_{*}, x, \varphi) = \frac{i\alpha^{2}kxx_{*}}{2\pi(x_{*} - x)^{2}} [1 - \cos(\varphi - \varphi_{*})] \times \exp\left\{\frac{i\alpha^{2}k}{2}\frac{x_{*}^{2} + x^{2} - 2xx_{*}\cos(\varphi - \varphi_{*})}{x_{*} - x}\right\}.$$
 (2)

Представим падающее поле на поверхности конуса в виде ряда Фурье по угловой координате:

$$U^{\mathrm{in}}(x, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} U^{\mathrm{in}}_n(x) e^{in\varphi},$$

 $U^{\mathrm{in}}_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U^{\mathrm{in}}(x, \varphi) e^{-in\varphi} d\varphi$

Интегралы легко вычисляются:

$$U_n^{\rm in}(x) = (-i)^n \frac{k}{2\pi i (x-x_s)} \exp\left(\frac{i\alpha^2 k x^2}{2(x-x_s)}\right) \exp\left(\frac{ikr_s^2}{2(x-x_s)}\right) J_n\left(\frac{\alpha k xr_s}{x-x_s}\right).$$

Полное поле на поверхности конуса также представляется в виде ряда Фурье по угловой координате:

$$U(x,\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} U_n(x) e^{in\varphi},$$
$$U_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U(x,\varphi) e^{-in\varphi} d\varphi.$$

Коэффициенты $U_n(x)$ являются решением следующих интегральных уравнений [9], которые получаются как Фурье-преобразование уравнения (1):

$$U_{n}(x_{*}) = \int_{0}^{\infty} K_{n}(x_{*}, x) U_{n}(x) dx + 2U_{n}^{\text{in}}(x_{*}). \quad (3)$$

Из (2) получим явное выражение для ядра $K_n(x_*,x)$:

$$K_{n}(x_{*},x) = -\frac{(-i)^{n+1}\alpha^{2}kxx_{*}}{(x_{*}-x)^{2}}\exp\left\{\frac{i\alpha^{2}k}{2}\frac{x_{*}^{2}+x^{2}}{x_{*}-x}\right\} \times \left[J_{n}\left(\frac{\alpha^{2}kxx_{*}}{x_{*}-x}\right) - \frac{i}{2}\left(J_{n-1}\left(\frac{\alpha^{2}kxx_{*}}{x_{*}-x}\right) - J_{n+1}\left(\frac{\alpha^{2}kxx_{*}}{x_{*}-x}\right)\right)\right].$$

Уравнение (3) можно преобразовать в интегральное уравнение типа Вольтерры с разностным ядром. Для этого введем новую переменную $\xi = 1/x$, а также новую неизвестную функцию:

$$V_n(\xi) = \frac{k}{\xi} \exp\left\{-\frac{i\alpha^2 k}{2\xi}\right\} U_n\left(\frac{1}{\xi}\right)$$

Ядро уравнения (3) $K_n(x_*,x)$ можно представить в следующем виде:

$$K_n(x_*,x) = \xi^2 \exp\left\{-\frac{i\alpha^2 k}{2\xi} + \frac{i\alpha^2 k}{2\xi_*}\right\} G_n(\xi - \xi_*), \ \xi_* = 1/x,$$
$$G_n(\xi) = -\frac{(-i)^{n+1}\alpha^2 k}{\xi^2} \exp\left\{\frac{i\alpha^2 k}{\xi}\right\} \times \left[J_n\left(\frac{\alpha^2 k}{\xi}\right) - \frac{i}{2}\left(J_{n-1}\left(\frac{\alpha^2 k}{\xi}\right) - J_{n+1}\left(\frac{\alpha^2 k}{\xi}\right)\right)\right].$$

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

Уравнение (3) приводится к следующему интегральному уравнению для $V_n(\xi)$:

$$V_{n}(\xi_{*}) = \int_{\tau_{*}}^{\infty} G_{n}(\xi - \xi_{*}) V_{n}(\xi) d\xi + 2\zeta_{n}(\xi_{*}), \qquad (4)$$

$$\begin{aligned} \zeta_n(\xi) &\equiv \frac{k}{\xi} \exp\left\{-\frac{i\alpha^2 k}{2\xi}\right\} U_n^{\text{in}}\left(\frac{1}{\xi}\right) = (-i)^n \frac{ik^2 \xi_s}{2\pi (\xi - \xi_s)} \exp\left\{-\frac{ikr_s^2 \xi_s}{2}\right\} \times \\ & \times \exp\left\{-\frac{i\alpha^2 k}{2(\xi - \xi_s)}\right\} \exp\left\{-\frac{ikr_s^2 \xi_s^2}{2(\xi - \xi_s)}\right\} J_n\left(\frac{\alpha kr_s \xi_s}{\xi - \xi_s}\right), \end{aligned}$$

где $\xi_s = 1 / x_s$.

Так как уравнение (4) является интегральным уравнением Вольтерры с разностным ядром, его можно решить методом преобразования Фурье. Введем прямое и обратное преобразование Фурье произвольной функции $p(\xi)$ по переменной ξ :

$$\tilde{p}(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\xi) \exp(-i\lambda\xi) d\xi,$$
$$p(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{p}(\lambda) \exp(i\lambda\xi) d\lambda.$$

Уравнение (3) в пространстве Фурье выглядит следующим образом:

$$\tilde{V}_{n}(\lambda) = \tilde{G}_{n}(\lambda)\tilde{V}_{n}(\lambda) + 2\tilde{\zeta}_{n}(\lambda), \qquad (5)$$

где

$$\tilde{G}_n(\lambda) = \int_0^\infty G_n(\xi) \exp(i\lambda\xi) d\xi,$$

а $V_n(\lambda)$ и $\zeta_n(\lambda)$ — соответственно Фурье-образы функций $V_n(\xi)$ и $\zeta_n(\xi)$.

Найдем функцию
$$\ddot{\zeta}_n(\lambda)$$
:
 $\tilde{\zeta}_n(\lambda) = (-i)^n ik^2 \xi_s \exp\left\{-\frac{ikr_s^2 \xi_s}{2} - i\lambda \xi_s\right\} \times$
 $\times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi\xi} \exp\left\{-\frac{i\alpha^2 k}{2\xi} - \frac{ikr_s^2 \xi_s^2}{2\xi} - i\lambda\xi\right\} J_n\left(\frac{\alpha kr_s \xi_s}{\xi}\right) d\xi.$

Пользуясь соотношением [23]

$$J_n\left(\frac{ab}{2c}\right)\exp\left\{-\frac{i(a^2+b^2)}{4c}\right\} =$$
$$= 2i^{n-1}c\int_0^\infty J_n(a\nu)J_n(b\nu)\exp(ic\nu^2)\nu d\nu$$

можно получить:

$$\tilde{\zeta}_n(\lambda) = \begin{cases} k^2 \xi_s \exp\left\{-\frac{ikr_s^2 \xi_s}{2} - i\lambda \xi_s\right\} J_n\left(\sqrt{2k\alpha^2 \lambda}\right) J_n\left(\sqrt{2kr_s^2 \xi_s^2 \lambda}\right), \lambda > 0\\ 0, \lambda < 0. \end{cases}$$

Теперь вычислим функцию $\tilde{G}_n(\lambda)$. Для этого вернемся от переменной ξ к переменной *x* и введем параметр $\beta = k\alpha^2$:

$$\tilde{G}_{n}(\lambda) = -\int_{0}^{\infty} (-i)^{n+1} \beta \exp\left(i\beta x + \frac{i\lambda}{x}\right) \times \left[J_{n}(\beta x) - \frac{i}{2} (J_{n-1}(\beta x) - J_{n+1}(\beta x))\right] dx.$$

Представим интеграл в следующем виде:

$$\tilde{G}_n(\lambda) = (-i)^n \beta \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\int_0^\infty \frac{1}{x} \exp\left(i\beta x + \frac{i\lambda}{x}\right) J_n(\beta x) dx \right).$$

Далее, пользуясь табличным интегралом [23]

$$\int_{0}^{\infty} \frac{1}{x} \exp\left(-\beta x - \frac{\alpha}{x}\right) J_{n}(\gamma x) dx =$$

= $\pi i^{n+1} J_{n} \left(\sqrt{2\alpha} \left[\sqrt{\beta^{2} + \gamma^{2}} - \beta\right]^{1/2}\right) H_{n}^{(1)} \left(i\sqrt{2\alpha} \left[\sqrt{\beta^{2} + \gamma^{2}} + \beta\right]^{1/2}\right)$

и выражением для вронскиана уравнения Бесселя

$$J_n(x)\dot{H}_n^{(1)}(x) - \dot{J}_n(x)H_n^{(1)}(x) = \frac{2i}{\pi x},$$
(6)

получим выражение для $\tilde{G}_n(\lambda)$:

$$\tilde{G}_{n}(\lambda) = 1 + J_{n}\left(\sqrt{2k\alpha^{2}\lambda}\right)\dot{H}_{n}^{(1)}\left(\sqrt{2k\alpha^{2}\lambda}\right)i\pi\sqrt{2k\alpha^{2}\lambda}.$$

Наконец, выражая $\tilde{V}_n(\lambda)$ из формулы (5)

$$ilde{V}_n(\lambda) = egin{cases} -rac{k^2\xi_s \exp\left(-rac{ikr_s^2\xi_s}{2} - i\lambda\xi_s
ight)J_n\left(\sqrt{2kr_s^2\xi_s^2\lambda}
ight)}{i\pi\sqrt{2klpha^2\lambda}\dot{H}_n^{(1)}\left(\sqrt{2klpha^2\lambda}
ight)}, \lambda > 0 \ 0, \lambda < 0 \end{cases}$$

и снова пользуясь соотношением (6), вычисляем обратное преобразование Фурье и получаем выражение для функции $U(\xi)$. Введем безразмерный параметр $y = \alpha^2 kx$, характеризующий зависимость поля от аксиальной координаты точки наблюдения x, и будем далее его называть аксиальным параметром. Введем также безразмерные параметры $y_s = \alpha^2 kx_s$ и $z_s = \alpha kr_s$, характеризующие положение источника относительно конуса. Тогда получаем следующие

×

поля на поверхности конуса:

$$U_{n}^{\text{in}}(y) = (-i)^{n} \frac{\alpha^{2}k^{2}}{2\pi i(y-y_{s})} \exp\left(\frac{i(y^{2}+z_{s}^{2})}{2(y-y_{s})}\right) J_{n}\left(\frac{yz_{s}}{y-y_{s}}\right), (7)$$

$$U_{n}^{sc}(y) = -\frac{\alpha^{2}k^{2}}{2\pi yy_{s}} \exp\left(-\frac{iz_{s}^{2}}{2y_{s}}\right) \exp\left(\frac{iy}{2}\right) \times$$

$$\times \int_{0}^{\infty} \frac{\dot{J}_{n}(\kappa)}{\dot{H}_{n}^{(1)}(\kappa)} H_{n}^{(1)}(\kappa) J_{n}\left(\kappa \frac{z_{s}}{y_{s}}\right) \exp\left(\frac{i\kappa^{2}}{2y}\right) \exp\left(-\frac{i\kappa^{2}}{2y_{s}}\right) \kappa d\kappa.$$
(8)

Рассмотрим частный случай, когда источник расположен на оси конуса ($r_s = 0$). Тогда будет возбуждаться только нулевая мода $U_0(y)$, и выражения для падающего и рассеянного поля на поверхности конуса существенно упрощаются:

$$U_{0}^{in}(y) = \frac{\alpha^{2}k^{2}}{2\pi i(y - y_{s})} \exp\left(\frac{iy^{2}}{2(y - y_{s})}\right),$$

$$U_{n}^{in}(y) = 0, \quad n = 1, 2, ...,$$
(9)

$$U_{0}^{sc}(y) = -\frac{\alpha^{2}k^{2}}{2\pi yy_{s}} \exp\left(\frac{iy}{2}\right) \times$$
$$\times \int_{0}^{\infty} \frac{\dot{J}_{0}(\kappa)}{\dot{H}_{0}^{(1)}(\kappa)} H_{0}^{(1)}(\kappa) \exp\left(\frac{i\kappa^{2}}{2y}\right) \exp\left(-\frac{i\kappa^{2}}{2y_{s}}\right) \kappa d\kappa, (10)$$
$$U_{n}^{sc}(y) = 0, \quad n = 1, 2, \dots$$

Аналогичным образом вблизи поверхности конуса падающее и полное поле можно представить в виде ряда Фурье по угловой координате:

$$u^{\text{in}}(x,r,\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u_n^{\text{in}}(x,r)e^{in\varphi},$$
$$u_n^{\text{in}}(x,r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u^{\text{in}}(x,r,\varphi)e^{-in\varphi}d\varphi,$$
$$u(x,r,\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u_n(x,r)e^{in\varphi},$$
$$u_n(x,r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x,r,\varphi)e^{-in\varphi}d\varphi.$$

Таким же образом получаем итоговое выражение для *n*-й моды падающего и рассеянного поля во всем пространстве (помимо аксиального параметра у вводится безразмерный параметр $z = \alpha k(r - \alpha x)$, характеризующий зависимость поля от радиальной

выражения для *n*-й моды падающего и рассеянного координаты точки наблюдения r; далее параметр z будем называть радиальным параметром):

$$u_n^{\text{in}}(y,z) = (-i)^n \frac{\alpha^2 k^2}{2\pi i (y-y_s)} \times \\ \times \exp\left(\frac{i((y+z)^2 + z_s^2)}{2(y-y_s)}\right) J_n\left(\frac{(y+z)z_s}{y-y_s}\right),$$

$$u_n^{\text{sc}}(y,z) = -\frac{\alpha^2 k^2}{2\pi y y_s} \exp\left(-\frac{i z_s^2}{2 y_s}\right) \exp\left(\frac{i y}{2} \left(1+\frac{z}{y}\right)^2\right) \times \\ \times \int_0^\infty \frac{\dot{J}_n(\kappa)}{\dot{H}_n^{(1)}(\kappa)} H_n^{(1)}\left(\kappa \left(1+\frac{z}{y}\right)\right) J_n\left(\kappa \frac{z_s}{y_s}\right) \exp\left(\frac{i \kappa^2}{2 y}\right) \exp\left(-\frac{i \kappa^2}{2 y_s}\right) \kappa d\kappa.$$
(11)

Выражение (11) представляет собой решение задачи, и в настоящей работе строится впервые.

В случае, когда источник расположен на оси конуса ($r_s = 0$), выражения для падающего и рассеянного поля имеют вид:

$$u_0^{\text{in}}(y,z) = \frac{\alpha^2 k^2}{2\pi i (y - y_s)} \exp\left(\frac{i(y + z)^2}{2(y - y_s)}\right), \quad (12)$$
$$u_n^{\text{in}}(y,z) = 0, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$u_{0}^{sc}(y,z) = -\frac{\alpha^{2}k^{2}}{2\pi yy_{s}} \exp\left(\frac{iy}{2}\left(1+\frac{z}{y}\right)^{2}\right) \times$$

$$\times \int_{0}^{\infty} \frac{\dot{J}_{0}(\kappa)}{\dot{H}_{0}^{(1)}(\kappa)} H_{0}^{(1)}\left(\kappa\left(1+\frac{z}{y}\right)\right) \exp\left(\frac{i\kappa^{2}}{2y}\right) \exp\left(-\frac{i\kappa^{2}}{2y_{s}}\right) \kappa d\kappa,$$

$$u_{n}^{sc}(y,z) = 0, \quad n = 1, 2, \dots.$$
(13)

При устремлении x, к бесконечности с соответствующим масштабированием амплитуды и фазы источника, (10) и (13) переходят в решения (47) и (48) из [9] для случая падающей плоской волны.

МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ

При экспериментальном исследовании дифракции ультразвуковых волн возникает ряд трудностей. При использовании протяженных сигналов необходимо, чтобы помещение, где проводится эксперимент, было достаточно большим по объему, чтобы отраженные сигналы не успевали приходить к приемнику, иначе в принимаемом сигнале будут присутствовать многочисленные переотражения. Использование же импульсных сигналов вносит ограничение в разрешающую способность системы, к тому же реализовать, например,

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 2024 Nº 3

дельта-импульс весьма проблематично. Эту проблему решают корреляционные методы, одним из которых является метод последовательности максимальной длины (М-последовательности), его подробное изложение дается, например, в [24]. Данный метод заключается в том, что в качестве зондирующего сигнала используется псевдослучайная последовательность M_{k} , представляющая собой последовательность из +1 и -1. Более подробно про генерацию М-последовательности можно посмотреть в [25]. Одним из важнейших свойств М-последовательности является то, что ее автокорреляционная функция близка к единичному дельта-импульсу. Из этого следует, что импульсный отклик системы может быть с хорошей точностью измерен путем вычисления взаимной корреляции сигнала, отправляемого на излучатель, с сигналом, измеряемым на приемнике.

Данный метод хорошо работает, когда в качестве источника используется широкополосный излучатель. Однако, в рамках настоящей работы проводится исследование дифракции ультразвуковых волн. Как известно, в ультразвуковом диапазоне эффективные излучатели звука являются резонансными, т.е. имеющими узкую частотную полосу. В таком случае использование в качестве посылки широкополосного сигнала не является оптимальным решением, и возникает необходимость модифицировать метод М-последовательности, чтобы расширить его применимость на случай узкополосных излучателей. Опишем данную методику. Блок-схема метода приведена на рис. 2.

На генераторе сигналов помимо М-последовательности генерируется несущий синусоидальный



Рис. 2. Блок-схема эксперимента.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

сигнал $s(t) = \cos(\omega_0 t), \omega_0 = 2\pi f_0$, где частота f_0 соответствует резонансной частоте излучателя. Тактовая частота М-последовательности должна быть много меньше частоты несущего сигнала. Эти сигналы перемножаются, т.е. проводится фазовая манипуляция сигнала s(t) М-последовательностью. Фазоманипулированный сигнал $\cos(\omega_0 t + m(t)\pi)$, m(t) = 0, 1 подается на излучатель. На приемнике измеряется дифрагированное поле R(t). Сигнал с приемника усиливается, деманипулируется и коррелируется с исходной М-последовательностью. В результате восстанавливается произведение импульсного отклика в системе H(t) в исследуемой частотной полосе и фазового множителя $exp(i\omega_0 t)$. На импульсный отклик накладывается временное окно, соответствующее времени прихода полезных сигналов. Наконец, с помощью преобразования Фурье вычисляется компонента частотного отклика, соответствующая резонансной частоте излучателя. Данная компонента и является результатом измерений.

Покажем, что описанная выше процедура в действительности ведет к измерению импульсного отклика в заданной частотной полосе. Для простоты будем рассматривать непрерывные функции. В частности, предположим, что имеется непрерывный аналог М-последовательности M(t), с автокорреляционной функцией, близкой к дельта-функции:

$$\int_{-\infty}^{\infty} M(\tau) M(\tau - t) d\tau \approx \delta(t).$$
 (14)

Также для простоты будем рассматривать не действительные, а аналитические сигналы, в том числе заменим функцию $s(t) = \cos(\varpi_0 t)$ на $s(t) = \exp(-i\varpi_0 t)$.

Как известно, сигнал на выходе линейной системы представляет собой свертку входного сигнала и импульсного отклика. Поэтому поле на приемнике R(t) можно записать в следующем виде:

$$R(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} M(\tau) \exp(-i\omega_0 \tau) H(t-\tau) d\tau.$$
(15)

Домножим правую и левую часть (15) на $\exp(i\omega_0 t)$, т.е. проведем деманипуляцию сигнала R(t):

$$\exp(i\omega_0 t)R(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} M(\tau) \exp(i\omega_0 (t-\tau))H(t-\tau)d\tau.$$

Вычислим корреляционную функцию правой и левой части с M(t). Учитывая (14), получим:

$$C(t) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega_0 \tau) R(\tau) M(\tau - t) d\tau \approx \exp(i\omega_0 t) H(t).$$

Введем прямое и обратное преобразование Φ урье во времени для произвольной функции *f*(*t*):

$$\overline{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(i\omega t) dt,$$
$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{f}(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega.$$

Тогда, переходя в Фурье-область и пользуясь теоремой о сдвиге по частоте, получим:

$$\overline{C}(\omega) \approx \overline{H}(\omega + \omega_0).$$

Таким образом, спектр взаимно-корреляционной функции деманипулированного сигнала приблизительно равен частотному отклику системы, сдвинутому на ω_0 . В частности, нулевая компонента спектра коррелированного сигнала соответствует частотному отклику на резонансной частоте излучателя.

На практике для корректной работы алгоритма сигналы необходимо преобразовать к аналитическому представлению с помощью преобразования Гильберта. Например, принятый действительный сигнал R(t) преобразуется в аналитический $\hat{R}(t) = R(t) - iR_{+}(t)$, где

$$R_{\perp}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{R(\tau)}{t-\tau} d\tau.$$

Интеграл понимается в смысле главного значения.

В данном эксперименте в качестве источника звука использовался пьезоэлектрический излучатель с резонансной частотой 40 кГц, а в качестве приемника — 1/8-дюймовый микрофон Brüel & Kjær. В качестве АЦП и ЦАП использовался осциллограф.

ИЗМЕРЕНИЯ В СВОБОДНОМ ПОЛЕ

В свободном поле давление, создаваемое монопольным точечным источником на расстоянии *r* в момент времени *t*, описывается следующей формулой:

$$p(r,t) = \frac{\rho_0}{4\pi r} W\left(t - \frac{r}{c}\right),\tag{16}$$

где W — производная объемной скорости источника по времени. Для проверки монопольности используемого пьезоэлектрического излучателя и нахождения величины W проводился эксперимент в свободном поле по вышеописанной методике на различных расстояниях. Измерения проводились на расстояниях от 10 до 80 см. Результаты представлены на рис. 3.



Рис. 3. Результаты эксперимента в свободном поле. Линия *1* – зависимость, выраженная формулой (16), *2* – измеренные значения поля.

ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛЯ НА ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА

С помошью вышеописанной методики было измерено полное поле на поверхности тонкого жесткого конуса $U_0(y)$ в случае аксиального расположения источника, вычисляемое с помощью формул (9)-(10). Для данного эксперимента был изготовлен конус из дюралюминия длиной 30 см и углом раствора $2 \operatorname{arctg}(\alpha) = 26.2^{\circ}$ (см. рис. 4). Так как акустический импеданс дюралюминия много больше акустического импеданса воздуха, на поверхности конуса с хорошей точностью выполняются граничные условия Неймана, а длина конуса и его угол раствора были подобраны таким образом, чтобы была возможность измерить зависимость полного поля $U_0(y)$ вплоть до $y = \alpha^2 k x \approx 10$, и чтобы при этом конус можно было считать тонким.

Перед основным экспериментом был измерен импульсный отклик в свободном поле на расстоянии 51.5 см. Измерения поля проводились в двух противоположно расположенных точках на нескольких различных сечениях $r = \alpha x$.



Рис. 4. Фотография экспериментального стенда

На рис. 5 представлена зависимость $U_0(y) / U_0^{in}(y)$. Различия между теоретическим и экспериментальным значениями составляют не более 10% (см. рис. 5).



Рис. 5. Сравнение результатов измерений поля на поверхности конуса с теоретической зависимостью полного поля от аксиального параметра *у. 1* – расчет по формулам (9)–(10), 2 – результаты эксперимента.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ НЕАКСИАЛЬНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА НА ИЗМЕРЕНИЯ

Следует еще раз отметить, что при проведении эксперимента необходимо выставить источник на оси конуса. Однако, поскольку точность позиционирования источника по объективным причинам является ограниченной, у измерений может возникнуть ошибка, связанная с этим фактором. Оценим влияние неаксиальности положения источника на измерения поля на поверхности конуса. Точность позиционирования источника предполагается равной 2 см, что при расстоянии между вершиной конуса и источником 51.5 см соответствует его отклонению от оси конуса на угол 2.2°. Анализ зависимости формул (7)–(8) от параметра z_s показывает, что в таком случае поле в пределах точности эксперимента может быть аппроксимировано следующей формулой:

$$U(y,\varphi) \approx U_0(y) + 2U_1(y)\cos\varphi + 2U_2(y)\cos 2\varphi$$

где $U_n(y)$ даются формулами (7)—(8). Подберем такие значения z_s и φ , при которых квадратическая ошибка аппроксимации теоретической кривой экспериментальными значениями, представленными в предыдущем разделе, будет минимальной:

$$\sum_{i=1}^{N} \left(U_i^{\exp} - U(y_i, \varphi) \right)^2 \to \min \Phi$$

Заметим, что измерения поля на поверхности конуса проводились только для двух различных азимутов φ . Каждая такая серия измерений аппроксимировалась отдельно. Для первой серии измерений теоретическая кривая ближе всего к экспериментальным значениям при $z_s = 2.9$ (это соответствует расстоянию до оси 1.7 см или отклонению от оси на угол 1.9°) и при азимуте точек наблюдения $\varphi_1 = 110^\circ$. Для второй серии измерений наименьшая ошибка аппроксимации оказывается при $z_s = 4$, что не соответствует первой серии, однако при $z_s = 2.9$ и $\varphi_2 = 260^\circ$ ошибка аппроксимации будет лишь на проценты выше, поэтому именно эти параметры можно использовать для аппроксимации. Как видно из рис. 6, в результате подстановки



Рис. 6. Учет неаксиального положения источника $(z_s = 2.9, \varphi_1 = 110^\circ \text{ и } \varphi_2 = 260^\circ)$ при построении теоретической кривой (1 -экспериментальные результаты, 2 - теоретическая кривая без учета эффекта, 3 - теоретическая кривая с учетом эффекта); бралось усредненное значение для двух азимутов.

данных параметров в теоретическую модель теоретическая кривая стала ближе к экспериментальным значениям. Таким образом, даже сравнительно небольшая неаксиальность положения источника может влиять на результаты эксперимента.

ИЗМЕРЕНИЕ ПОЛЯ ВНЕ ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА

Была также измерена зависимость полного поля за пределами поверхности конуса $u_0(y, z)$ в случае аксиального расположения источника, вычисляемого с помощью выражений (12)–(13), от радиального параметра $z = \alpha k(r - \alpha x)$ при фиксированном значении аксиального параметра *y*. Отметим, что рядом с поверхностью конуса возникает интерференция падающего и рассеянного полей, затухающая по мере отдаления от поверхности, причем интерференция усиливается с увеличением аксиального параметра *y* (см. рис. 7).



Рис. 7. Зависимость полного поля, вычисленная с помощью (12)–(13) от радиального параметра $z = \alpha k(r - \alpha x)$ для разных аксиальных параметров $y = \alpha^2 kx$. Линия 1 – зависимость при y = 2, линия 2 – при y = 5, линия 3 – при y = 10.

В эксперименте измерялась зависимость отношения полного и падающего полей от радиального параметра $u_0(y,z) / u_0^{in}(y,z)$. Измерения проводились для двух разных аксиальных параметров: y = 1.94 и y = 5.82 (соответствуют x = 5 см и x = 15 см). Сравнение теоретических и экспериментальных значений показывает, что интерференция действительно имеет место (см. рис. 8).



Рис. 8. Сравнение результатов измерений поля за пределами поверхности конуса с теоретической зависимостью полного поля от радиального параметра z при x = 5 см (y = 1.94). Линия I - формулы (12)–(13), 2 -экспериментальные результаты.

ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ

На точность измерений влияли следующие факторы:

- 1. Зависимость давления, измеряемого на микрофоне, от взаимной ориентации микрофона и источника, ввиду сравнимости размеров мембраны микрофона и длин волн излучаемого ультразвука. Конструктивные особенности микрофона и конуса не позволяют выставить микрофон так, чтобы его мембрана была перпендикулярна оси излучателя. В эксперименте угол между мембраной и осью составлял порядка 20 градусов. Поэтому для микрофона была измерена диаграмма направленности (см. рис. 9), и поле домножалось на поправочный коэффициент, соответствующий углу 20 градусов. Предполагается, что диаграмма направленности микрофона является симметричной, поэтому проводились измерения только в диапазоне от 0 до 90 градусов, а остальная диаграмма достраивалась из соображений симметрии.
- Поскольку в эксперименте конус имел конечные размеры, существует вероятность возникновения волн, распространяющихся в обратном направлении, не описывающихся формулами (9)–(10) и в принципе любыми подходами, задействующими параболическое уравнение. Для проверки наличия таких волн на конус была дополнительно приклеена «юбка» из ватмана.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

Измерения с «юбкой» отличались от измерений без «юбки» не более, чем на 5%, поэтому был сделан вывод, что такими волнами можно пренебречь в пределах экспериментальной точности.



Рис. 9. Диаграмма направленности микрофона вблизи частоты 40 кГц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данной работы с помощью метода параболического уравнения было получено представление в виде ряда Фурье для поля произвольно расположенного точечного источника, рассеянного на тонком акустически жестком конусе. Была разработана новая экспериментальная методика, позволяющая использовать метод М-последовательности для резонансных излучателей. Методика заключается в использовании в качестве посылки фазоманипулированной М-последовательности. Данная методика была применена для экспериментального измерения дифрагированного поля, рассеянного тонким конусом. Погрешность эксперимента составила 10%. Кроме того, было

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

произведено сравнение с теоретическими расчетами, полученными в рамках метода параболического уравнения.

Авторы статьи выражают благодарность В. А. Рожкову за изготовление конуса и помощь в проведении эксперимента.

Данная работа поддержана грантом РФФИ 19-29-06048.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Кирпичникова Н.Я., Попов М.М.* Метод параболического уравнения Леонтовича Фока в задаче дифракции на вытянутых телах // Зап. научн. семинаров ПОМИ. 2012. Т. 409. № 42. С. 55–79.
- 2. Попов М.М., Кирпичникова Н.Я. О проблемах применения параболического уравнения к дифракции на вытянутых телах // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 4. С. 339–346.
- 3. *Андронов И.В.* Дифракция на сильно вытянутом теле вращения // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 2. С. 147–152.
- 4. *Андронов И.В.* Расчет дифракции на сильно вытянутых телах вращения // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 28–35.
- 5. *Андронов И.В.* Дифракция на эллиптическом цилиндре с сильно вытянутым сечением // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 3. С. 219–226.
- 6. *Андронов И.В., Лавров Ю.А.* О рассеянии на эллиптическом цилиндре с сильно вытянутым сечением // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 4. С. 423–427.
- Andronov I.V. Point source diffraction by a strongly elongated spheroid // J. Sound Vib. 2015. V. 355. P. 360–368.
- Andronov I.V., Bouche D.P. Diffraction by a strip at almost grazing angle // J. Sound Vib. 2016. V. 374. P. 185–198.
- Shanin A.V., Korolkov A.I. Diffraction by an elongated body of revolution. A boundary integral equation based on the parabolic equation // Wave Motion. 2019. V. 85. № 1. P. 176–190.
- Nikolaev B.G. Wave processes in diffraction by a perfectly reflecting cone in the axisymmetric case // J. Soviet Math. 1975. V. 3. № 1. P. 125–141.
- 11. *Nikolaev B.G.* Diffraction of the field of a point source at a circular cone (Nonaxisymmetric case) // J. Soviet Math. 1978. V. 9. № 4. P. 598–612.
- Smyshlyaev V.P. Diffraction by conical surfaces at high frequencies // Wave Motion. 1990. V. 12. P. 329–339.

- Babich V.M., Dement'ev D.B., Samokish B.A. On the diffraction of high-frequency waves by a cone of arbitrary shape // Wave Motion. 1995. V. 21. P. 203–207.
- Babich V.M., Dement'ev D.B., Samokish B.A., Smyshlyaev V.P. On evaluation of the diffraction coefficient for arbitrary "nonsingular" directions of a smooth convex cone // SIAM J. Appl. Math. 2000. V. 60. № 2. P. 536–573.
- Шанин А.В. Асимптотики волнового поля при дифракции на конусе и дифракционный ряд на сфере // Зап. научн. семинаров ПОМИ. 2011. Т. 393. С. 234–258.
- Lyalinov M.A., Zhu N.Y. Acoustics scattering by a circular semi-transparent conical surface // J. Eng. Math. 2007. V. 59. № 4. P. 385–398.
- Antipov Y.A. Diffraction of a plane wave by a circular cone with an impedance boundary condition // SIAM J. Appl. Math. 2002. V. 82. P. 1122–1152.
- Belous A.A., Korolkov A.I., Shanin A.V. Theoretical and experimental study of diffraction by a thin cone // Proc. of the Int. Conf. DAYS on DIFFRACTION. IEEE, 2018. P. 33–37.
- 19. Шмелёв А.А. Акустическая томография распределения нелинейных параметров рассеивателя

на основе эффектов третьего порядка. Дисс. на соиск. уч. степ. к.ф.-м.н. М., 2011. 142 с.

- Буров В.А., Шмелёв А.А., Зотов Д.И. Прототип томографической системы, использующей акустические нелинейные эффекты третьего порядка // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 1. С. 31-51.
- 21. Дмитриев К.В., Зотов Д.И., Румянцева О.Д. Принципы получения и обработки акустических сигналов в линейном и нелинейном томографах // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 8. С. 1014–1019.
- 22. Котельников Е.А., Крюков Р.В., Буров В.А., Дмитриев К.В., Румянцева О.Д. Кодировка зондирующих сигналов при томографировании акустических нелинейных параметров // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 1. С. 76–82.
- 23. Градитейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядом и произведений. М.: Гос. издат. физ.матем. лит., 1963. 1100 с.
- 24. Шанин А.В., Валяев В.Ю. Метод последовательностей максимальной длины в дифракционном эксперименте // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 3. С. 420-425.
- 25. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. М.: Издательство "Мир", 1976. 400 с.

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF DIFFRACTION BY A THIN CONE

A. Yu. Laptev^{*a*, *}, A. I. Korolkov^{*b*}, A. V. Shanin^{*a*}

^aLomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, Moscow, GSP-1, 119991 Russia ^bUniversity of Manchester, Oxford Road, Manchester, M13 9PL UK *e-mail: laptev97@bk.ru

A problem of diffraction of ultrasound acoustic waves by an acute-angled hard cone is studied. Within the framework of the parabolic equation method, an analytical solution of the problem for an arbitrarily located point source is built. Specifically, the problem is reduced to the Volterra boundary integral equation, which can be solved using the Fourier transform. An experimental measurement of the diffracted field is carried out. The experiment is based on the MLS method adapted for narrowband sound sources. A comparison of experimental and theoretical results is provided.

Keywords: parabolic equation method, canonical diffraction problems, M-sequence method

32

УДК 534.2

ТЕПЛОВАЯ АБЛЯЦИЯ БИОТКАНИ ПРИ ОДНОКРАТНОМ УДАРНО-ВОЛНОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА ДИСКРЕТНЫЕ ФОКУСЫ ВНУТРИ ЗАДАВАЕМОГО ОБЪЕМА

© 2024 г. П. А. Пестова^{*a*, *}, П. В. Юлдашев^{*a*}, В. А. Хохлова^{*a*}, М. М. Карзова^{*a*}

^а Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы, ГСП-1, Москва, 119991 Россия

*e-mail: ppolina-98@yandex.ru

Поступила в редакцию 07.12.2023 г. После доработки 07.12.2023 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

Разработаны новые протоколы ударно-волнового облучения объемов биоткани с использованием траекторий, равномерно заполненных дискретными фокусами внутри заданной формы, при этом импульсное миллисекундное воздействие на каждый фокус производилось однократно и сразу формировало одиночное разрушение. При разработке наиболее выигрышных протоколов облучения анализировалось влияние начальной пиковой мощности при постоянстве её средней по времени величины, межфокусного расстояния и геометрии внешнего контура траектории на форму, объем и скорость получения теплового разрушения. Показано, что для произвольной геометрии внешнего контура однослойной траектории наиболее выигрышным является режим насыщения амплитуды ударного фронта в фокусе решетки с использованием траектории с межфокусным шагом, в 1.5 раза превышающим поперечный размер одиночного разрушения. Для получения объемов теплового разрушения порядка кубических сантиметров предложены протоколы с послойным облучением ткани, которые позволяют до 2.5 раз ускорить процесс тепловой абляции по сравнению с протоколами, используемыми в клинической практике. Преимуществом предложенных протоколов с использованием ударно-волнового режима воздействия является возможность получения локализованных и предсказуемых по форме тепловых разрушений без сопутствующего MPT-мониторинга.

Ключевые слова: мощный фокусированный ультразвук, ударный фронт, тепловая диффузия, нелинейные эффекты, тепловая абляция, численное моделирование, тепловая доза

DOI: 10.31857/S0320791924030043 EDN: ZMRFKU

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день технология неинвазивной хирургии HIFU (аббр. от англ. High Intensity Focused Ultrasound) используется в клиниках различных стран для целого ряда медицинских приложений, среди которых разрушение опухолевых тканей (фибромиомы матки, опухоли предстательной и щитовидной желез), лечение эссенциального тремора, паллиативная помощь пациентам с метастазами в костной ткани и подтяжка подкожных структур в эстетической медицине [1-7]. Доклинические исследования показывают возможность применения HIFU для решения таких медицинских задач, как остановка внутренних кровотечений, адресная доставка лекарств и прочие [1, 3, 8, 9]. Идея технологии HIFU состоит в фокусировке ультразвуковых волн в предполагаемую область разрушения, в которой за счет поглощения акустической энергии происходит нагрев ткани с последующим тепловым некрозом [1, 2, 9].

На данный момент, несмотря на достигнутые успехи в развитии HIFU-технологии, ее широкое использование имеет ограничения, преимущественно связанные с эффектами диффузии тепла вокруг области планируемого разрушения, перегревом кожи и костей в ближнем поле HIFU-излучателя и необходимостью визуализации процесса разрушения с помощью дорогостоящего МРТ-оборудования [10, 11]. Существенное проявление эффекта тепловой диффузии вокруг области воздействия может приводить к нежелательному перегреву и повреждению интактных областей вблизи целевой зоны, что затрудняет получение локализованных разрушений и облучение вблизи критических структур (сосуды, нервы, кишечник, кожа), а также приводит к проблематичности облучения органов с высокой перфузией (печень, почка). Кроме того, в клинических режимах достигаются невысокие скорости тепловой абляции (около 2 см³/мин) [12].

Данная работа направлена на развитие недавно предложенного подхода в технологии теплового HIFU, в котором вместо традиционных для клинической практики квазилинейных режимов в протоколах облучения используются нелинейные ударно-волновые импульсно-периодические режимы [13-15]. Главное преимущество использования таких режимов облучения состоит в сверхбыстром нагреве биологической ткани в фокусе за счет поглощения энергии ультразвукового пучка на ударных фронтах [14–16]. Так, при амплитуде ударного фронта 80-100 МПа нагрев ткани до температуры кипения и, как следствие, формирование одиночного разрушения происходит в течение миллисекунд, что на несколько порядков быстрее, чем при нагревании гармонической волной той же интенсивности [16, 17]. В то же время область эффективного поглощения энергии при ударно-волновом воздействии имеет малые размеры — порядка нескольких миллиметров в направлении распространения ультразвукового пучка и доли миллиметра в поперечном направлении [16, 18].

Для создания объемных разрушений в клинических системах HIFU производится последовательное перемещение единичного фокуса излучателя по задаваемой траектории [19-21]. В клинической системе MR-HIFU Sonalleve V1 3.0T (Profound Medical Corp., Канада) фокус терапевтической решетки за счет электронной фазировки перемещается дискретным образом по точкам, расположенным на концентрических окружностях с радиусами 2, 4, 6 и 8 мм [19, 22]. Облучение начинается с точек внутренней окружности, которая многократно облучается до момента достижения на ней порогового значения тепловой дозы, соответствующего полному некрозу ткани [19, 20]. Затем происходит многократное облучение точек следующей окружности и т.д. При этом порядок облучения единичных фокусов на каждой окружности выбирается так, чтобы последовательно облучаемые точки располагались максимально далеко друг от друга. Формирование однородного объемного теплового разрушения происходит посредством слияния множественных единичных разрушений за счет тепловой диффузии, в результате которой происходит удлинение формы разрушения в 2-3 раза в

аксиальном направлении по сравнению с поперечным размером полной траектории [12, 19].

В работе [23] для системы MR-HIFU Sonalleve V1 было проведено сравнение эффективности нагревания клинически значимого объема биологической ткани при квазилинейном непрерывном и ударно-волновом импульсно-периодическом режимах облучения с одинаковой средней по времени мощностью (105 Вт). При этом в качестве протокола облучения при ударно-волновом воздействии был выбран предельно достижимый в клинической системе высокоамплитудный режим с пиковой мощностью 1.3 кВт, соответствующий режиму насыщения амплитуды ударного фронта в фокусе решетки. Траектория облучения и контроль тепловой дозы соответствовали используемым в клинической практике в традиционном квазилинейном HIFU-протоколе, описанном выше. Было показано, что при использовании ударно-волнового режима облучения скорость тепловой абляции ткани увеличивается примерно вдвое по сравнению с квазилинейным, а получаемые тепловые разрушения по форме соответствуют облучаемой области за счет подавления диффузии тепла вдоль оси пучка. Однако была выявлена необходимость оптимизации траектории движения фокуса для обеспечения более равномерного нагрева ткани ударно-волновым пучком.

В недавней работе [24], ставшей развитием исследования [23], было предложено при использовании ударно-волнового режима в протоколе масштабировать клинические траектории в 2 раза, уменьшив межфокусные пространственные шаги, а также сменить способ контроля тепловой дозы при формировании объемного разрушения. Новый способ контроля заключался в последовательном облучении всех точек масштабированной клинической траектории и последующем отключении внутренних окружностей по мере достижения на них порогового значения тепловой дозы. При этом последовательность облучения дискретных фокусов на каждой окружности оставалась соответствующей клиническому протоколу. Наряду с этим, в работе [25] было показано, что в ударно-волновых импульсно-периодических режимах облучения, реализуемых в системе Sonalleve V2, температурное поле «помнит» последовательность шести последних облученных фокусов, в то время как тепловое пятно от предшествующих единичных воздействий успевает расплыться за счет тепловой диффузии. Влияние порядка облучения дискретных фокусов в ударно-волновом режиме

на окончательный объем и форму создаваемого разрушения, а также на скорость тепловой абляции и пространственные распределения температурного поля было исследовано в недавней работе [26] для трех различных последовательностей («спиралевидная», «клиническая», «змейка»).

Данная работа, являющаяся логическим продолжением серии предыдущих работ [23-26], посвящена разработке наиболее выигрышных траекторий для ударно-волнового импульсно-периодического теплового воздействия HIFU. Основываясь на факте формирования одиночных разрушений малого размера уже в результате однократного ударно-волнового воздействия, в настоящей работе предлагается использовать траектории, равномерно заполненные дискретными фокусами внутри заданной формы, и облучать каждый фокус один раз. Неоспоримым преимуществом таких протоколов является отсутствие необходимости контроля тепловой дозы в процессе создания теплового разрушения. Кроме того, наличие парогазовых полостей кипения, возникающих в фокальной области в ударно-волновых режимах, можно отчетливо наблюдать как области повышенной эхогенности при стандартном УЗИ-контроле с помощью диагностического датчика в В-моде, что отменяет необходимость использования МРТ-контроля и существенно снижает стоимость HIFU-системы. Для получения клинически значимых объемов теплового разрушения порядка кубических сантиметров в настоящей работе предлагается производить послойное ударно-волновое облучение ткани по траекториям однократного воздействия.

Таким образом, целью работы являлась разработка траекторий однократного ударно-волнового воздействия для создания однородных хорошо локализованных тепловых объемных разрушений биоткани на примере клинической системы MR-HIFU Sonalleve V1. В работе определялись оптимальные расстояния между фокусами, достаточные для слияния одиночных разрушений и подавления эффектов тепловой диффузии вдоль оси пучка. Анализировалось влияние начальной пиковой мощности решетки и геометрии внешнего контура траектории (круг, квадрат) на выбор шага между дискретными фокусами, форму и объем полученного разрушения ткани, а также на скорость объемной тепловой абляции. Рассмотрение проводилось для однослойной и трехслойной конфигураций траектории, а облучение фокусов производилось из центра планируемого слоя разрушения в очередности спиралевидного характера.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

С помощью методов численного моделирования был сымитирован эксперимент по облучению образца ткани говяжьей печени *in situ* с помощью мощной фазированной терапевтической решетки клинической системы MR-HIFU Sonalleve V1. Сферическая поверхность решетки с апертурой 128 мм и фокусным расстоянием 120 мм состояла из рандомизировано расположенных 256 круглых элементов диаметром 6.6 мм с рабочей частотой 1.2 МГц (рис. 1а) [27]. Ультразвуковой пучок после прохождения согласующей среды (вода) фокусировался на глубину 2.5 см в образец ткани говяжьей печени.

Было рассмотрено два режима воздействия с постоянной средней по времени акустической мощностью решетки 105 Вт и периодом следования импульсов 20 мс, что является минимально возможным временным интервалом электронной перефокусировки в клинической системе Sonalleve V1:

1) режим с максимально достижимой пиковой мощностью, при которой происходит насыщение амплитуды разрыва в фокусе (для краткости будем называть его режимом насыщения) [28]. В системе Sonalleve V1 такой режим соответствовал пиковой акустической мощности 1.3 кВт и пиковой интенсивности на элементах решетки $I_0 = 15 \text{ Вт/см}^2$. Длительность облучения единичного фокуса составляла $t_{heat} = 1.6 \text{ мс.}$

2) режим наиболее эффективной фокусировки, когда отношение скачка давления $A_{\rm sh}$ на ударном фронте в фокальном профиле волны к начальной амплитуде давления волны на элементах решетки достигает своего максимума (для краткости — режим формирования развитого разрыва) [29]. Этот режим соответствовал пиковой акустической мощности 700 Вт и пиковой интенсивности на элементах решетки $I_0 = 8$ Вт/см². Длительность облучения единичного фокуса составляла $t_{\rm heat} = 3$ мс.

Детальное исследование параметров акустического поля в широком диапазоне мощностей решетки Sonalleve V1 было проведено ранее для случая фокусировки в воде [27, 30] и для рассматриваемой конфигурации сред вода + биоткань [23]. Амплитуды разрыва в фокальном профиле давления волны в ткани говяжьей печени для рассматриваемых режимов составляют $A_{\rm sh} = 90$ МПа и $A_{\rm sh} = 120$ МПа для $I_0 = 8$ Вт/см² и $I_0 = 15$ Вт/см²,
соответственно (рис. 16). Проведенные в работе [24] расчеты показали, что времена вскипания ткани в исследуемых режимах на несколько десятых миллисекунды меньше, чем выбранные времена нагрева. Таким образом, формирование одиночного разрушения происходит уже в результате однократного воздействия в обоих рассматриваемых ударно-волновых режимах. Для режима формирования развитого разрыва ($I_0 = 8$ BT/см²) размер создаваемого за время нагрева t_{heat} разрушения, определяемый по пороговому значению тепловой дозы, составляет $0.25 \times 0.25 \times 2.3$ мм [24]. В режиме насыщения ($I_0 = 15$ BT/см) одиночное разрушение имеет больший размер $0.4 \times 0.4 \times 3.5$ мм [24].

Размеры создаваемых одиночных разрушений учитывались при построении траекторий движения фокуса ультразвукового пучка в его фокальной плоскости. В данной работе рассматривались траектории однократного воздействия, представляющие собой равномерно заполненные дискретными фокусами геометрические контуры в виде равных по площади круга с радиусом 4 мм (рис. 1в) и квадрата со стороной 7 мм (рис. 1г). Дискретные фокусы траекторий облучались в последовательности из центра наружу в очередности спиралевидного характера (показано стрелкой в выделенном круге на рис. 1в). Такая очередность была выбрана после анализа трех различных способов обхода фокусов по траекториям типа «змейка», аналогу клинической последовательности и спиралевидной последовательности [26]. Поскольку в последних двух случаях результаты оказались схожими и более выигрышными в плане однородности разрушения и скорости тепловой абляции по сравнению с последовательностью типа «змейка», то в данной работе результаты представлены только для спиралевидной последовательности облучения фокусов как наиболее простой для реализации. Для нахождения оптимального межфокусного расстояния s для каждой из траекторий его значение варьировалось от поперечного размера одиночного разрушения (s = 0.25 мм для $I_0 = 8$ Вт/см² и s = 0.4 мм для $I_0 = 15 \text{ Bt/cm}^2$) до s = 0.8 мм с шагом 0.05 мм. Порезультатам моделирования для получения тонких (3-5 мм) хорошо локализованных вдоль оси распространения ультразвукового пучка объемных тепловых разрушений были разработаны оптимальные однослойные траектории.

Для создания клинически значимых объемов разрушения в работе предлагается облучать ткань послойно, начиная от наиболее удаленного от излучателя слоя и двигаясь по направлению к излучателю. При построении послойных траекторий облучения сопутствующий нагрев от предшествующего слоя учитывался увеличением межфокусного расстояния в текущем слое траектории. Рассмотрение производилось для трехслойных конфигураций



Рис. 1. (а) — Схема численного эксперимента. Ультразвуковой пучок создается рандомизированной HIFU—решеткой (256 круглых элементов диаметром 6.6 мм) с апертурой 128 мм, рабочей частотой 1.2 МГц, фокусным расстоянием F = 120 мм. Фокусировка происходит в образец ткани говяжьей печени на глубину h = 2.5 см, излучатель и образец ткани помещены в воду. (б) — Профили давления в фокусе решетки в ткани для режима насыщения $(I_0 = 15 \text{ BT/cm}^2, \text{ красная линия})$ и режима с формированием развитого разрыва ($I_0 = 8 \text{ BT/cm}^2$, синяя штрихпунктирная линия). (в, г) — Дискретные траектории однократного воздействия на каждый фокус, ограниченные внешним контуром в виде равных по площади (в) — окружности радиуса 4 мм и (г) — квадрата со стороной 7 мм; фокусы расположены на равномерной сетке с шагом *s*. Спиралевидная последовательность электронного перемещения фокуса решетки показана в выделенном круге стрелкой (из центра наружу).

траекторий, а расстояние между слоями (5 мм) выбиралось исходя из оценки толщины слоя эффективного выделения тепла [23, 24].

По результатам моделирования для каждого протокола облучения были рассчитаны объем разрушения *V* и скорость тепловой абляции. Объем разрушения определялся после остывания образца по пороговому значению тепловой дозы, скорость абляции рассчитывалась как отношение объема разрушения ко времени облучения. Время остывания в каждом режиме облучения определялось моментом прекращения увеличения размеров разрушения за счет продолжающейся после окончания воздействия диффузии тепла.

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

Акустическое поле

Теоретическая и численная модели, используемые в данной работе, подробно описаны в предшествующих работах [23, 24]. Ниже приведено их краткое описание.

Фокусировка ультразвукового пучка в воде, а затем в образце говяжьей печени описывалась с помощью модифицированного уравнения Вестервельта, учитывающего нелинейные и дифракционные эффекты, а также поглощение в ткани [15, 31]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \tau \partial z} = \frac{c_0}{2} \Delta p + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2} + \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3} + L(p), \qquad (1)$$

где $p = p(x,y,z,\tau)$ — давление, $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ — оператор Лапласа, z — координата, вдоль которой происходит фокусировка пучка, $\tau = t - z / c_0$ — время в сопровождающей системе координат, параметры c_0 , β , ρ_0 и δ — скорость звука, коэффициент нелинейности, плотность среды и коэффициент термовязкого поглощения в среде, соответственно. Значения указанных физических параметров для воды были равны $\rho_0 = 998 \text{ кг/м}^3$, $c_0 = 1485 \text{ м/c}$, $\beta = 3.5$, а для ткани говяжьей печени $\rho_0 = 1050 \text{ кг/м}^3$, $c_0 = 1580 \text{ м/c}$, $\beta = 4.0 [24, 32, 33]$. Коэффициент термовязкого поглощения в обеих средах был выбран одинаковым и составлял $\delta = 4.33 \times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{c}$.

В дополнение к термовязкому поглощению для расчета поглощения в ткани печени использовался оператор L(p), который соответствовал линейной зависимости от частоты коэффициента поглощения α_0 , равного 8.43 м⁻¹ на частоте

 $f_0 = 1.2 \text{ M}$ Гц, и логарифмическому закону дисперсии $(c(f) - c_0) / c_0 = (c_0 \alpha_0) / (\pi^2 f_0) \ln(f / f_0)$ [15, 16].

Для постановки граничного условия использовалась модель идеализированной решетки Sonalleve V1 [27], в которой предполагалось равномерное распределение колебательной скорости на поверхности элементов.

Результатом моделирования уравнения (1) являлось пространственное распределение плотности мощности тепловых источников Q(x, y, z) в ткани печени, рассчитанное как скорость убыли интенсивности волны на каждом аксиальном шаге сетки при расчете нелинейного оператора и оператора поглощения [15, 23].

Температурное поле

Полученные в результате моделирования уравнения Вестервельта (1) пространственные распределения плотности мощности тепловых источников Q в ткани использовались для расчета температурного поля путем численного решения неоднородного уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \Delta T + \frac{Q}{C_{\nu}},\tag{2}$$

где *T* — температура, *t* — время, χ — коэффициент температуропроводности, C_v — теплоемкость образца, *Q* — плотность мощности тепловых источников в ткани, рассчитанных на основе уравнения Вестервельта (1). Значения физических параметров в уравнении (2) соответствовали ткани печени и были равны $\chi = 1.93 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{c}$, $C_v = 3.06 \times 10^6 \text{ Дж/(м}^{3\circ}\text{C})$ [23, 32, 33]. Начальная температура образца до начала облучения составляла 20°С. После окончания образца в течение 10 с для $I_0 = 8 \text{ Вт/см}^2$ и 7 с для $I_0 = 15 \text{ Вт/см}^2$ для учета увеличения объема разрушения за счет продолжающейся диффузии тепла.

Тепловая доза

В качестве критерия теплового некроза ткани использовалась интегральная величина тепловой дозы:

$$t_{56.0} = \int_{0}^{t_{\text{heat}}} R_0^{56.0 - T(r,t)} dt \ge 1.76,$$
(3)

где коэффициент R_0 принимает значение 0.5 при $T(\mathbf{r},t) \ge 43$ °С и 0.25 при $T(\mathbf{r},t) < 43$ °С [34], $t_{56.0}$ — обычно используемый в высокоинтенсивных режимах HIFU временной эквивалент пороговой разрушающей тепловой дозы, составляющий 240 минут при температуре 43°C и равный 1.76 с в случае его определения относительно температуры 56°C [1, 21, 35].

РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Однослойные траектории однократного ударно-волнового воздействия

При разработке траекторий однократного ударно-волнового воздействия важным параметром является пространственный шаг между узлами равномерной сетки, в которых расположены дискретные фокусы. Оптимальный межфокусный шаг s должен приводить, с одной стороны, к слиянию одиночных разрушений за счет эффектов тепловой диффузии, а с другой стороны, эффекты тепловой диффузии не должны быть выражены настолько сильно, чтобы приводить к вытягиванию вдоль оси пучка требуемой формы ровного слоя объемного разрушения. Наиболее выигрышным представляется случай, когда объемное разрушение имеет ровные четкие предсказуемые границы, при этом скорость тепловой абляции не уступает значениям, достигаемым в квазилинейных режимах, характерных для клинической практики (около 2 см³/мин [12]).

На рис. 2 показано, как меняется форма теплового объемного разрушения в фокальной и аксиальной плоскостях при облучении в режимах насыщения (рис. 2, левый столбец) и формирования развитого разрыва (рис. 2, правый столбец) при увеличении межфокусного шага *s* дискретной траектории, ограниченной внешним контуром в форме окружности. Для обоих ударно-волновых режимов характер изменения формы разрушения по мере роста *s* характеризуется следующими этапами:

- стремление аксиальной формы разрушения к сигарообразной в результате значительного проявления эффекта тепловой диффузии (рис. 2a, 2e) и выраженный перегрев целевой области;
- постепенное выпрямление границ разрушения за счет подавления эффекта тепловой диффузии (рис. 26, 2ж) и уменьшение средней по объему облучаемой области температуры на момент окончания ультразвукового воздействия;

- образование разрушения в форме тонкого ровного слоя (рис. 2в, 2з);
- появление зубцов на стенках разрушения в аксиальной плоскости (рис. 2г, 2и);
- 5. прекращение слияния единичных фокусов в объемное разрушение (рис. 2д, 2к).

Рассмотрим каждый этап подробнее. При величине шагов, соответствующих фокальным размерам единичных разрушений (s = 0.4 мм для 15 Вт/см² и *s* = 0.25 мм для 8 Вт/см² [24]), значительный перегрев целевой области приводит к сильному вытягиванию формы разрушения в аксиальном направлении, однако при этом достигаются наибольшие скорости тепловой абляции (рис. 2а, 2е). Использование перегрева центра облучаемой области для повышения скорости тепловой абляции ткани обсуждалось ранее в работах [19, 22, 24]. В этом случае (рис. 2а, 2е) объемы и вытянутые в аксиальном направлении формы разрушений схожи с получаемыми в клинической практике при облучении *in situ* в квазилинейном режиме по традиционной для системы Sonalleve траектории такого же поперечного размера [24], но скорости тепловой абляции в ударно-волновых режимах оказываются примерно вдвое выше. Стоит отметить, что исходя из значений, представленных на рис. 2а, 2е, неверно делать вывод о преимуществе режима развитого разрыва над режимом насыщения для достижения наибольшей скорости тепловой абляции, поскольку протоколы соответствуют различным временам воздействия. При одинаковых временах воздействия скорость тепловой абляции в режиме насыщения (3.5 см³/мин, рис. 2б) оказывается выше, чем в режиме развитого разрыва (1.1 см³/мин, рис. 2к).

При увеличении шага траектории *s* сокращается время воздействия и, как следствие, уменьшается средняя температура объемного разрушения по окончании облучения. Эффект тепловой диффузии в этом случае становится менее выраженным, в результате чего передние и задние границы формы разрушения в аксиальной плоскости выравниваются (рис. 26, 2ж). При этом разрушенный объем ткани *V* и скорость тепловой абляции уменьшаются (рис. 26, 2ж против рис 2а, 2е).

Дальнейшее увеличение межфокусных шагов до s = 0.6 мм для 15 Вт/см² и s = 0.5 мм для 8 Вт/см² (рис. 2в, 2з) позволяет подавить вытягивание теплового разрушения вдоль оси излучателя за счет ослабления проявления тепловой диффузии в аксиальном направлении: продольные



Рис. 2. Пространственные распределения температуры в момент окончания нагрева *t* при ударно-волновом облучении в режиме насыщения ($I_0 = 15 \text{ Br/cm}^2$, левый столбец) и в режиме формирования развитого разрыва ($I_0 = 8 \text{ Br/cm}^2$, правый столбец) по дискретной траектории, ограниченной внешним контуром в форме окружности, с различными межфокусными расстояниями *s*: (a) - 0.40, (б) - 0.55, (в) - 0.60, (г) - 0.65, (д) - 0.75 мм для 15 Br/cm^2 и (е) - 0.25, (ж) - 0.45, (з) - 0.50, (и) - 0.52, (к) - 0.55 мм для 8 Br/cm^2 , соответственно. Черным контуром обозначена область, внутри которой тепловая доза превысила свое пороговое значение после остывания образца. На каждом пространственном распределении температуры показаны время окончания нагрева, достигнутая скорость тепловой абляции и значение разрушенного объема.

размеры разрушений составляют 4.2 мм для режима насыщения (рис. 2в) и 2.4 мм для режима с формированием развитого разрыва (рис. 2з), что сравнимо с соответствующими аксиальными размерами единичных разрушений (3.5 и 2.3 мм, соответственно). Объемные разрушения представляют собой тонкий слой, имеющий ровные стенки без явно выраженных «зубцов» и равномерное распределение температурного поля внутри разрушения (рис. 2в, 2з). С точки зрения формирования

с рассматриваемый случай межфокусных шагов (s = 0.6 мм для 15 Вт/см² и s = 0.5 мм для 8 Вт/ см²) является наиболее выигрышным, при этом в режиме насыщения межфокусный шаг *s* оказался в 1.5 раза превышающим поперечный размер единичного разрушения, а в режиме формирования развитого разрыва — в 2 раза. Стоит отметить, что ударно-волновое облучение по траекториям однократного воздействия с вышеуказанными

ровных четких предсказуемых границ разрушения

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

шагами дает преимущество над рассматриваемым ранее в работе [24] ударно-волновым облучением с использованием масштабированных клинических траекторий: в обоих режимах 8 и 15 Вт/см² соответствующие времена воздействия сокращаются (3.26 и 4.82 с (рис. 2в, 2з) против 3.88 и 6.62 с [24]), скорости тепловой абляции достигают более высоких значений (3.4 и 1.6 см³/мин (рис. 2в, 2з) против 3.0 и 1.5 см³/мин [24]), а разрушения имеют схожую форму.

С последующим увеличением шага *s* между единичными фокусами в обоих ударно-волновых режимах наблюдается образование «зубцов» на границах разрушения в результате недостаточного для слияния единичных фокусов в аксиальной плоскости количества поглощенной акустической энергии (рис. 2г, 2и). Наряду с этим снижаются скорости тепловой абляции.

При межфокусных шагах *s*, превышающих значения 0.75 мм для 15 Вт/см² и 0.55 мм для 8 Вт/см²

(рис. 2д, 2к), в целевой зоне появляются неразрушенные области, поскольку поглощенной тканью энергии оказывается недостаточно для слияния единичных фокусов в однородное объемное разрушение.

Выбор оптимального межфокусного шага *s*, обеспечивающего формирование ровных стенок объемного разрушения в виде тонкого слоя, оказался не зависящим от внешнего контура, ограничивающего траекторию воздействия в фокальной плоскости. Так, для траектории с внешним контуром в виде квадрата (рис. 1г) с такой же площадью поперечного размера целевой области как у рассмотренной выше круговой траектории (рис. 1в), были получены аналогичные представленным на рис. 2 результаты. Рис. 3 демонстрирует форму и параметры объемного теплового разрушения для случая облучения по «квадратной» траектории с оптимальным межфокусным шагом *s* = 0.6 мм для 15 Вт/см² и *s* = 0.5 мм для 8 Вт/см². Полученные



Рис. 3. Пространственные распределения температуры в момент окончания нагрева t (а) — при ударно-волновом облучении в режиме насыщения ($I_0 = 15 \text{ Bt/cm}^2$) и (б) — в режиме формирования развитого разрыва ($I_0 = 8 \text{ Bt/cm}^2$) по дискретной траектории, ограниченной внешним контуром в виде квадрата со стороной 7 мм, с оптимальным межфокусным шагом s (0.6 мм для 15 Bt/cm² и 0.5 мм для 8 Bt/cm²). Черным контуром обозначена область, внутри которой тепловая доза превысила свое пороговое значение после остывания образца. На каждом пространственном распределении температуры показаны время окончания нагрева, достигнутая скорость тепловой абляции и значение разрушенного объема.

скорости тепловой абляции (3.3 см^3 /мин для 15 Вт/см² и 1.6 см³/мин для 8 Вт/см²), аксиальные размеры объемных разрушений (4.1 мм для 15 Вт/см² и 2.4 мм для 8 Вт/см²), а также формы разрушений в аксиальной плоскости у*z* точно согласуются с аналогичными результатами для случая «круговой» траектории (рис. 3 и рис. 2в, 2з). При этом поперечная форма разрушенной области в каждом протоколе облучения повторяет исходный внешний контур траектории.

Таким образом, используя однослойную конфигурацию расположения единичных фокусов на равномерной сетке и облучая их в последовательности спиралевидного характера, можно получить предсказуемые тонкие объемные тепловые разрушения произвольной формы внутри внешнего контура траектории. Увеличение начальной пиковой интенсивности I₀ на элементах решетки позволяет достигать более высоких скоростей тепловой абляции, использовать большие межфокусные расстояния *s* и, как следствие, получать разрушение целевой области за меньшее время воздействия. Наибольшая скорость тепловой абляции наблюдается в режиме насыщения $(3.4 \text{ см}^3/\text{мин})$, что в 2 раза выше, чем в режиме формирования развитого разрыва в фокальном профиле волны (1.6 см³/мин) и в 1.6 раза выше значения, соответствующего клиническому протоколу *in situ* (2.2 см³/мин [24]). Таким образом, в клинической системе HIFU Sonalleve V1 максимально достижимый по пиковой мощности ударно-волновой режим насыщения является наиболее выигрышным для получения предсказуемых локализованных тепловых разрушений с резкими краями. В режиме с формированием развитого разрыва наблюдается наименьшая скорость объемной тепловой абляции, однако этот режим может быть предпочтительным для получения разрушений тонких (2–3 мм) слоев ткани. Стоит отметить, что получаемые в ударно-волновых режимах объемы *V* однослойных разрушений (0.2 см³) малы по сравнению с наблюдаемыми в клинической практике (порядка кубического сантиметра) при использовании траекторий такого же поперечного размера. Для увеличения объема теплового разрушения с сохранением предсказуемости его формы в данной работе предлагается использовать последовательное облучение нескольких слоев ткани.

2. Трехслойная конфигурация объемного разрушения

Для увеличения объема тепловых разрушений ткани с помощью ударно-волновых режимов

облучения следует использовать многослойные конфигурации траектории движения фокуса излучателя. Количество необходимых слоев прогнозируется из знания объема целевой области, толщины и объема одного слоя разрушения, а также поперечной формы внешнего контура траектории, по которой будет производиться облучение. При этом начинать облучение необходимо с наиболее удаленного от излучателя слоя, постепенно смещая аксиальную координату каждого последующего слоя в направлении к излучателю. Такой порядок облучения обосновывается несколькими факторами. Во-первых, одновременно с облучением удаленных слоев ткани ультразвуковой пучок постепенно прогревает слои целевой области, расположенные ближе к излучателю, что можно использовать в дальнейшем для ускорения процесса объемной тепловой абляции путем увеличения в этих слоях межфокусного шага s. Во-вторых, при облучении в ударно-волновых режимах образуются парогазовые полости кипения, которые являются сильными рассеивателями для ультразвука, и облучение слоев в обратной последовательности было бы неэффективным.

В данной работе демонстрация реализуемости идеи послойного облучения ткани в обоих рассматриваемых ударно-волновых режимах приведена для случая трехслойной конфигурации траектории, внешний контур которой в поперечной плоскости ограничен окружностью. Выбор толщины слоя (5 мм) производился из проведенного ранее в работе [23] анализа потерь мощности в ткани вдоль аксиальной координаты. Координаты *z* расположения слоев составляли z = 123 мм (дальний слой от излучателя), 118 мм (центральный слой), 113 мм (ближний слой). Для режима насыщения ($I_0 = 15 \text{ Br/cm}^2$) планируемый объем целевой области (700 мм³) является объемом цилиндра с кругом радиуса 4 мм в основании и с высотой 14 мм, полученной как сумма расстояния между крайними слоями, равного 10 мм, и двух полутолщин однослойных разрушений со стороны оснований цилиндра, т.е. 4 мм. В случае режима с формированием развитого разрыва $(I_0 = 8 \text{ Bt/cm}^2)$ целевая область имеет меньшую результирующую высоту цилиндра (12.4 мм) за счет более узкого однослойного разрушения (2.4 мм) и, как следствие, меньший объем (620 мм³).

Для использования дополнительного теплового воздействия от облучения дальних слоев ткани на ближние слои следует увеличивать межфокусный шаг *s* для каждого последующего облучаемого слоя. Анализ, проведенный в данной работе, показал, что для рассматриваемой задачи оптимальным является увеличение межфокусного шага s на 0.05 мм в каждом следующем к излучателю слое по сравнению с предыдущим. При этом облучение дальнего слоя оптимально начинать с шага s, превышающего на 0.05 мм значение оптимального шага для однослойной конфигурации (s = 0.6 мм для 15 Вт/см² и s = 0.5 мм для 8 Bt/cm²), что скомпенсирует в этом слое дальнейшее проявление тепловой диффузии от центрального слоя. Таким образом, значения пространственного шага *s* между узлами равномерной сетки расположения дискретных фокусов для режима насыщения (15 Bt/cm^2) составили s = 0.65, 0.7 и 0.75 мм в дальнем, центральном и ближнем слоях, соответственно, (рис. 4а), а для режима с формированием развитого разрыва *s* = 0.55, 0.6 и 0.65 мм (рис. 4б).

Форма полученных при трехслойном облучении тепловых объемных разрушений оказалась близкой к цилиндрической как в режиме насыщения (рис. 4a), так и в режиме с формированием развитого разрыва (рис. 4б). При этом основные отличия форм разрушенной области от цилиндрической находятся вблизи границ разрушения и не превышают отклонения в 1 мм для режима насыщения и 2 мм для режима с формированием развитого разрыва. Полученные объемы разрушений составили 670 и 600 мм³, что с точностью до 5% согласуется с приведенными выше оценками (700 и 620 мм³), полученными для цилиндрических объемов в режимах 15 и 8 Вт/см², соответственно.

Трехслойное облучение ткани в режиме насышения позволило достичь наибольшей скорости объемной тепловой абляции 5.4 см³/мин, что в 1.5 раза превышает соответствующую скорость для режима с формированием развитого разрыва (3.6 см³/мин) и в 2.5 раза превышает характерную величину (2.2 см³/мин [24]) для традиционного квазилинейного клинического режима. Увеличение межфокусных шагов s, учитывающее прогрев ближних слоев ткани, позволило сократить время облучения целевой области в режимах насыщения и формирования развитого разрыва до 7.38 и 10.02 с, соответственно, что на 12% и 16% быстрее, чем было бы в случае облучения с одинаковыми шагами s. При этом наиболее выигрышным как с точки зрения формирования разрушения заданной формы с четкими границами, так и достижения наибольшей скорости объемной тепловой абляции, является



Рис. 4. Пространственные распределения температуры в момент окончания нагрева t (а) — при ударно-волновом облучении образца печени в режиме насыщения ($I_0 = 15 \text{ Br/cm}^2$) и (б) — в режиме формирования развитого разрыва ($I_0 = 8 \text{ Br/cm}^2$) по трехслойной траектории. Расстояние между соседними слоями составляло 5 мм, облучение начиналось с дальнего от излучателя слоя. Черным контуром обозначена область, внутри которой тепловая доза превысила свое пороговое значение после остывания образца. В верхнем ряду показаны распределения в фокальной плоскости для каждого из слоев, а в нижнем ряду — распределение в аксиальной плоскости. На распределениях обозначены межфокусные шаги *s* в каждом слое, длительность облучения *t*, достигнутые скорости тепловой абляции и объемы полученных разрушений.

ударно-волновое облучение в предельно достижимом в клинической системе HIFU Sonalleve режиме (режим насыщения с $I_0 = 15$ BT/см²).

Стоит отметить динамику изменения формы теплового разрушения в зависимости от расстояния между слоями и дискретными фокусами траектории, расположенными в узлах равномерной сетки. При удалении слоев на расстояние более чем 5 мм, вместо требуемой формы ровной боковой поверхности цилиндра в области между слоями начинал формироваться перешеек, становившийся тоньше по мере удавления слоев, что демонстрировало недостаточное накопление тепла в этой области. При расположении слоев ближе 5 мм друг от друга проявление тепловой диффузии, наоборот, вызывало перегрев целевой области и удлинение формы объемного теплового разрушения вдоль оси распространения пучка. В этом случае объем разрушения уменьшался, а форма теплового разрушения стремилась к эллипсоидальной, схожей с наблюдаемой при облучении в квазилинейных клинических режимах. Изменение межфокусных шагов *s* в облучаемых слоях вызывало аналогичные изменения параметров теплового разрушения: либо удлинение его формы вдоль оси пучка при уменьшении шагов, либо формирование перешейков между слоями при увеличении s, сопровождающееся уменьшением скорости тепловой абляции.

Таким образом, использование в протоколах облучения ударно-волновых импульсно-периодических режимов с трехслойной конфигурацией траектории движения фокуса HIFU-решетки позволило получить предсказуемое объемное тепловое разрушение заданной формы, по объему сравнимое с получаемым с помощью клинического протокола в квазилинейном режиме облучения in situ по однослойной круговой траектории такого же поперечного размера (радиус 4 мм). При этом ударно-волновое облучение в предельно достижимом в исследовательских целях в системе Sonalleve V1 режиме насыщения позволило в 2.5 раза ускорить объемную тепловую абляцию ткани по сравнению с квазилинейным режимом облучения. Кроме того, использование ударно-волнового режима облучения позволяет в значительной степени подавить проявление тепловой диффузии вдоль оси ультразвукового пучка и получить для заданного поперечного размера траектории произвольную форму целевой области разрушения в отличие от эллипсоидальной в квазилинейном случае.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показана перспективность использования HIFU-протоколов, основанных на ударно-волновых импульсно-периодических режимах облучения биологической ткани для быстрого получения предсказуемых и локализованных тепловых объемных разрушений с подавленным эффектом тепловой диффузии вдоль оси ультразвукового пучка.

В качестве практических рекомендаций на основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- 1. Для клинической HIFU-системы Sonalleve V1 наиболее выигрышным по скорости объемной тепловой абляции и форме получаемого теплового разрушения является использование ударно-волнового импульсно-периодического облучения в предельно достижимом режиме ($I_0 = 15 \text{ Bt/cm}^2$, пиковая мощность 1300 Bt, длительность импульса 1.6 мс, коэффициент заполнения 8%) с использованием траекторий перемещения фокуса HIFU-решетки в её фокальной плоскости по узлам равномерной сетки, ограниченной контуром заданной формы, и однократным воздействием на каждый фокус.
- 2. Однослойные конфигурации траекторий однократного ударно-волнового воздействия $(I_0 = 15 \text{ Bt/cm}^2)$, равномерно заполненных дискретными фокусами с пространственным шагом, в 1.5 раза превышающим поперечный размер единичного разрушения, позволяют в 1.6 раза увеличить скорость тепловой абляции по сравнению с клиническим квазилинейным режимом и получить объемное тепловое локализованное разрушение в форме ровного слоя, что принципиально важно при облучении вблизи критических структур различных органов. При построении равномерно заполненных фокусами траекторий однократного воздействия существенным является выбор межфокусного расстояния, при этом геометрия внешнего контура траектории и последовательность облучения дискретных фокусов менее значимы.
- Для получения клинически значимых объемов разрушения биологической ткани рекомендуется использование послойного ударно-волнового импульсно-периодического воздействия, в котором облучение начинается с дальнего от излучателя слоя, а пространственный шаг между дискретными фокусами равномерной сетки постепенно увеличивается по мере

приближения слоев в сторону к излучателю. Расстояние между слоями следует выбирать исходя из анализа ширины области эффективных потерь мощности в ткани вдоль оси пучка, а начальный межфокусный шаг в дальнем от излучателя слое выбирать незначительно превышающим оптимальный межфокусный шаг однослойной конфигурации траектории. Рассмотренное в данной работе трехслойное облучение ткани позволило в 2.5 раза ускорить объемную тепловую абляцию в предельном для системы Sonalleve V1 ударно-волновом режиме (режим насыщения с $I_0 = 15 \text{ Br/cm}^2$) по сравнению с клиническим квазилинейным режимом и получить близкое по форме к цилиндрическому объемное разрушение с резкими границами.

4. При выборе пиковой мощности важно учитывать, что при мощностях, превышающих уровень, необходимый для формирования развитого разрыва в фокальном профиле давления волны, размеры единичного разрушения увеличиваются с ростом пиковой мощности, что отразится на выборе оптимального межфокусного шага дискретной траектории облучения и достигаемой скорости тепловой абляции. В данной работе оптимальный протокол тепловой абляции ткани в режиме формирования развитого разрыва (пиковая мощность 700 Вт) включал использование межфокусного шага однослойной траектории в 2 раза превышающего поперечный размер единичного теплового разрушения, при этом скорость тепловой абляции незначительно уступала характерной величине в случае клинического протокола in situ, однако удавалось получить тонкие (2-3 мм) ровные слои разрушений. Трехслойная конфигурация траектории облучения позволила в 1.6 раза ускорить объемную тепловую абляцию по сравнению с квазилинейным воздействием, но уступала по форме и скорости разрушения ударно-волновому облучению с использованием более высокой пиковой мощности (1300 Вт).

Полученные результаты и практические рекомендации могут быть обобщены на другие клинические системы HIFU, подобные Sonalleve. Использование траектории движения фокуса HIFU-решетки в её фокальной плоскости по узлам равномерной сетки, ограниченной заданным внешним геометрическим контуром, с однократным ударно-волновым импульсным воздействием на каждый фокус может позволить проводить облучение без сопутствующего МРТ-контроля тепловой дозы в реальном времени. Кроме того, возникновение парогазовых полостей кипения во время облучения в ударно-волновых режимах дает возможность визуализации процесса разрушения ткани с помощью В-моды УЗИ-контроля.

В качестве дальнейшего развития проведенной работы планируется реализация разработанных ударно-волновых протоколов облучения ткани *ех vivo* в физическом лабораторном эксперименте.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ №22-72-00047.

Авторы выражают благодарность Л.Р. Гаврилову за ценные замечания при обсуждении результатов работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Хилл К.Р., Бэмбер Дж.* Ультразвук в медицине. Физические основы применения. Под ред. тер Хаар Г. Пер. с англ. М.: Физматлит, 2008.
- 2. Гаврилов Л.Р. Фокусированный ультразвук высокой интенсивности в медицине. М.: Фазис, 2013.
- Duc N.M., Keserci B. Emerging clinical applications of high-intensity focused ultrasound // Diagn. Interv. Radiol. 2019. V. 25. P. 398–409.
- Crouzet S., Chapelon J.Y., Rouvière O., Mege-Lechevallier F., Colombel M., Tonoli-Catez H., Martin X., Gelet A. Whole-gland ablation of localized prostate cancer with high-intensity focused ultrasound: oncologic outcomes and morbidity in 1002 patients // Eur. Urol. 2014. V. 65. P. 907–914.
- Meng Y., Solomon B., Boutet A., Llinas M., Scantlebury N., Huang Y., Hynynen K., Hamani C., Fasano A., Lozano A.M., Lipsman N., Schwartz M.L. Magnetic resonance-guided focused ultrasound thalamotomy for treatment of essential tremor: A 2-year outcome study // Mov. Disord. 2018. V. 33. P. 1647–1650.
- Harding D., Giles S.L., Brown M.R.D., ter Haar G.R., van den Bosch M., Bartels L.W., Kim Y.-S., Deppe M., de Souza N.M. Evaluation of quality of life outcomes following palliative treatment of bone metastases with magnetic resonance-guided high intensity focused ultrasound: an international multicentre study // Clin. Oncol. 2018. V. 30. P. 233–242.
- Fabi S.G. Noninvasive skin tightening: focus on new ultrasound techniques // Clin. Cosmet. Investig. Dermatology. 2015. V. 8. P. 47–52.

- Mouratidis P.X.E., ter Haar G. Latest advances in the use of therapeutic focused ultrasound in the treatment of pancreatic cancer // Cancers. 2022. V. 14. № 3. P. 638.
- Бэйли М.Р., Хохлова В.А., Сапожников О.А., Каргл С.Г., Крам Л.А. Физические механизмы воздействия терапевтического ультразвука на биологическую ткань // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 4. С. 437–464.
- Mougenot C., Köhler M.O., Enholm J., Quesson B., Moonen C. Quantification of near-field heating during volumetric MR-HIFU ablation // Med. Phys. 2011. V. 38. P. 272–282.
- Quesson B., Merle M., Kohler M.O., Mougenot C., Roujol S., de Senneville B.D., Moonen C.T. A method for MRI guidance of intercostal high intensity focused ultrasound ablation in the liver // Med. Phys. 2010. V. 37. № 6. P. 2533–2540.
- Kim Y.S., Keserci B., Partanen A., Rhim H., Lim H.K., Park M.J., Köhler M.O. Volumetric MR-HIFU ablation of uterine fibroids: role of treatment cell size in the improvement of energy efficiency // Eur. J. Radiol. 2012. V. 81. № 11. P. 3652–3659.
- Khokhlova V.A. Use of shock-wave exposures for accelerating thermal ablation of targeted tissue volumes // Focused Ultrasound Foundation Final Report. June 5. 2019.
- Khokhlova V.A., Bailey M.R., Reed J.A., Cunitz B.W., Kaczkowski P.J., Crum L.A. Effects of nonlinear propagation, cavitation, and boiling in lesion formation by high intensity focused ultrasound in a gel phantom // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 119. № 3. P. 1834–1848.
- 15. Yuldashev P.V., Shmeleva S.M., Ilyin S.A., Sapozhnikov O.A., Gavrilov L.G., Khokhlova V.A. The role of acoustic nonlinearity in tissue heating behind the rib cage using high intensity focused ultrasound phased array // Phys. Med. Biol. 2013. V. 58. № 8. P. 2537– 2559.
- 16. Филоненко Е.А., Хохлова В.А. Эффекты акустической нелинейности при терапевтическом воздействии мощного фокусированного ультразвука на биологическую ткань // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 4. С. 541–549.
- Khokhlova T.D., Canney M.S., Khokhlova V.A., Sapozhnikov O.A., Crum L.A., Bailey M.R. Controlled tissue emulsification produced by high intensity focused ultrasound shock waves and millisecond boiling // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 130. № 5. P. 3498–3510.
- 18. *Hynynen K*. Demonstration of enhanced temperature elevation due to nonlinear propagation of focussed

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

ultrasound in dog's thigh in vivo // Ultrasound Med. Biol. 1987. V. 36. № 2. P. 85–91.

- Köhler M.O., Mougenot C., Quesson B., Enholm J., Le Bail B., Laurent C., Moonen C.T.W., Ehnholm G.J. Volumetric HIFU ablation under 3D guidance of rapid MRI thermometry // Med. Phys. 2009. V. 36. № 8. P. 3521–3535.
- Mougenot C., Salomir R., Palussière J., Grenier N., Moonen C.T.W. Automatic spatial and temporal temperature control for MR-guided focused ultrasound using fast 3D MR thermometry and multispiral trajectory of the focal point // Magn. Reson. Med. 2004. V. 52. P. 1005–1015.
- 21. *Fan X., Hynynen K.* Ultrasound surgery using multiple sonications treatment time considerations // Ultrasound Med. Biol. 1996. V. 22. № 4. P. 471–482.
- Enholm J.K., Köhler M.O., Quesson B., Mougenot C., Moonen C.T., Sokka S.D. Improved volumetric MR-HIFU ablation by robust binary feedback control // IEEE Trans. Biomed. Eng. 2010. V. 57. № 1. P. 103–113.
- 23. Андрияхина Ю.С., Карзова М.М., Юлдашев П.В., Хохлова В.А. Ускорение тепловой абляции объемов биологической ткани с использованием фокусированных ультразвуковых пучков с ударными фронтами // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 2. С. 1–12.
- 24. Пестова П.А., Хохлова В.А., Юлдашев П.В., Карзова М.М. Использование фокусированных ударно-волновых пучков для подавления эффектов диффузии при объемной тепловой абляции биоткани // Акуст. журн. 2023. Т. 69. № 4. С. 417–429.
- 25. Пестова П.А., Карзова М.М., Юлдашев П.В., Крайдер У., Хохлова В.А. Влияние траектории перемещения фокуса на равномерность температурного поля при импульсном воздействии мощного ультразвукового пучка на биологическую ткань // Акуст. журн. 2021. Т. 57. № 3. С. 250-259.
- 26. Пестова П.А., Юлдашев П.В., Хохлова В.А., Карзова М.М. Влияние траектории облучения на скорость тепловой абляции и объем разрушенной биоткани при ударно-волновом воздействии фокусированным ультразвуком // Известия РАН. Серия физическая. 2024. Т. 88. № 1. С. 125–130.
- 27. Kreider W., Yuldashev P.V., Sapozhnikov O.A., Farr N., Partanen A., Bailey M.R., Khokhlova V.A. Characterization of a multi-element clinical HIFU system using acoustic holography and nonlinear modeling //

IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2013. V. 60. № 8. P. 1683–1698.

- Карзова М.М., Аверьянов М.В., Сапожников О.А., Хохлова В.А. Механизмы насыщения в нелинейных фокусированных импульсных и периодических акустических пучках // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 93–102.
- Rosnitskiy P.B., Yuldashev P.V., Sapozhnikov O.A., Maxwell A.D., Kreider W., Bailey M.R., Khokhlova V.A. Design of HIFU transducers for generating specified nonlinear ultrasound fields // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr. 2017. V. 64. № 2. P. 374–390.
- Karzova M.M., Kreider W., Partanen A., Khokhlova T.D., Sapozhnikov O.A., Yuldashev P.V., Khokhlova V.A. Comparative characterization of nonlinear ultrasound fields generated by Sonalleve V1 and V2 MR-HIFU systems // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr. 2023. V. 70. № 6. P. 521–537.

- Юлдашев П.В., Хохлова В.А. Моделирование трехмерных нелинейных полей ультразвуковых терапевтических решеток // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 3. С. 337-347.
- 32. *Duck F.A.* Physical Properties of Tissue. London: Academic Press, 1990.
- https://itis.swiss/virtual-population/tissue-properties/database/acoustic-properties/
- Sapareto S.A., Dewey W.C. Thermal dose determination in cancer therapy // Int. J. Radiat. Oncol. Biol. Phys. 1984. V. 10. № 6. P. 787–800.
- 35. Venkatesan A.M., Partanen A., Pulanic T.K., Dreher M.R., Fischer J., Zurawin R.K., Muthupillai R., Sokka S., Nieminen H.J., Sinaii N., Merino M., Wood B.J., Stratton P. Magnetic resonance imaging–guided volumetric ablation of symptomatic leiomyomata: correlation of imaging with histology // J. Vasc. Interv. Radiol. 2012. V. 23. № 6. P. 786–794.

THERMAL ABLATION OF SOFT TISSUE BY A SINGLE SHOCK WAVE SONICATION OF DISCRETE FOCI WITHIN THE GIVEN VOLUME

P. A. Pestova^a, *, P. V. Yuldashev^a, V. A. Khokhlova^a, M. M. Karzova^a

^aLomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Leninskie Gory, GSP-1, Moscow, 119991 Russia

*e-mail: ppolina-98@yandex.ru

New protocols have been developed for shockwave irradiation of soft tissue volumes using trajectories uniformly filled within the given shape by discrete foci, while pulsed millisecond sonication immediately formed a single ablation. The influence of the initial peak power with the same time-average power, the interfocus distance and the geometry of the external contour of the trajectory on the shape, volume and ablation rate was analyzed. The most advantageous is the saturation mode using a trajectory with an interfocus step 1.5 times greater than the transverse size of a single lesion. To obtain volumes of thermal ablation on the order of cubic centimeters, layer-by-layer sonication protocols are proposed, which allow to 2.5 times greater thermal ablation rate compared with protocols used in clinical practice. The advantage of the proposed shockwave protocols is the possibility of obtaining localized and predictable thermal damage without accompanying MRI monitoring.

Keywords: high intensity focused ultrasound, shock-wave fields, heat diffusion, nonlinear effects, thermal ablation, numerical modeling, thermal dose

———— НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА ——

УДК 534.222.2

ОБ ЭВОЛЮЦИИ СИСТЕМЫ УДАРНЫХ ВОЛН, СОЗДАВАЕМЫХ ЛОПАТКАМИ ВЕНТИЛЯТОРА ДВИГАТЕЛЯ

© 2024 г. М. А. Юдин^{*a*, *}, В. Ф. Копьев^{*a*}, С. А. Чернышев^{*a*}, Г. А. Фараносов^{*a*}, М. А. Демьянов^{*a*}, О. П. Бычков^{*a*}

^аФАУ ЦАГИ, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, ул. Радио 17, Москва, 105005 Россия *e-mail: mikleudin@ya.ru

> Поступила в редакцию 16.10.2023 г. После доработки 22.11.2023 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

Одним из источников шума современного авиационного двигателя является вентилятор. Шум вентилятора особенно существенен на взлетном режиме при больших угловых скоростях вращения. На таких режимах реализуется сверхзвуковое обтекание лопаток вентилятора, что приводит к образованию ударных волн, которые распространяются вверх по потоку до выхода из канала двигателя. В результате этого в переднюю полусферу излучается специфический шум, состоящий из ряда гармоник, кратных частоте вращения вентилятора. В работе проводится анализ описанного эффекта на основе простой модели распространения системы ударных волн. На основании энергетического подхода показано, что система ударных волн с равными по амплитуде скачками затухает наиболее быстро.

Ключевые слова: нелинейная акустика, шум ударных волн, множественные тона

DOI: 10.31857/S0320791924030054 **EDN:** ZMNRKM

ВВЕДЕНИЕ

Создание простых моделей генерации и распространения шума авиационного двигателя необходимо для предсказания шума самолета на местности и разработки мероприятий по его снижению для удовлетворения все более ужесточающимся нормам ИКАО по шуму.

Современный двигатель обладает целым рядом различных источников шума, которые близки по мощности. Одним из таких источников является лопаточный венец вентилятора, который особенно заметен на взлетных режимах при больших оборотах двигателя. На взлетных режимах в двигателях с большой степенью двухконтурности может реализовываться сверхзвуковое обтекание концов лопаток с генерацией ударных волн, что приводит к появлению специфического шума, связанного с ударными волнами. Настоящая работа посвящена исследованию процесса распространения периодической (с периодом оборота вентилятора) системы ударных волн от венца вентилятора до выхода из канала двигателя. Эволюция системы ударных волн и трансформация спектра получаемого нелинейного решения могут оказаться существенными с точки зрения шума самолета на таких режимах.

Картина течения около концов лопаток, обтекаемых со сверхзвуковой скоростью, известна уже давно и может в главном быть рассмотрена в двумерном приближении [1]. Схема течения представлена на рис. 1.

Перед венцом образуется система скачков уплотнения, распространяющаяся вверх по потоку. Задачу о распространении скачков можно свести к задаче об эволюции одномерной периодической системы скачков, которая описывается нелинейным уравнением [2]:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\gamma + 1}{2\rho_0 c} p \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \qquad (1)$$

где $p = P - P_0$ — возмущение давления, c — скорость звука в невозмущенной среде и ρ_0 — плотность, γ — адиабатическая постоянная. Отметим, что в настоящей работе речь идет именно о периодической системе скачков уплотнения, которые повторяются с каждым оборотом вентилятора. Это существенно отличает рассматриваемый случай от работ о распространении нескольких



Рис. 1. Схема течения около концов лопаток, обтекаемых со сверхзвуковой скоростью $M = \sqrt{M_a^2 + M_\tau^2} > 1$, где M_a и M_τ – аксиальное и тангенциальное число Маха, соответственно.

последовательных ударных волн (см. например [3, 4, 5]).

В идеальном случае лопаток, имеющих одинаковую геометрию, образуется регулярная система скачков с периодичностью на частоте следования лопаток (рис. 2).

Эволюция такой системы скачков известна и может быть рассчитана аналитически [6]:

$$\frac{\Delta P(t)}{P_0} = \frac{\Delta P(0)}{P_0} \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \frac{\Delta P(0)}{P_0} \frac{ct}{\lambda}\right)},$$
(2)

где $\Delta P(0)$ — начальная амплитуда скачков уплотнения. Наличие аналитического решения позволяет проверить численные модели. Обратим внимание на то, что через достаточно большое время $ct/\lambda >> 1$ единицей в знаменателе (2) можно пренебречь. Это значит, что на больших временах амплитуда скачков уплотнения перестает зависеть от начальной амплитуды $\Delta P(0)$ и убывает обрат-

но пропорционально времени: $\frac{\Delta P(t)}{P}$

$$\frac{\overline{\rho_0}}{\overline{\rho_0}} \sim \frac{1}{\left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\frac{ct}{\lambda}\right)}.$$

Таким образом, для системы одинаковых скачков уплотнения при больших временах амплитуда каждого скачка будет стремиться к одной и той же зависимости при любых начальных амплитудах $\Delta P(0)$.

В случае даже небольших отклонений в геометрии лопаток характер течения может существенно измениться. В этом случае образуется нерегулярная система ударных волна с периодом, равным периоду обращения вентилятора. В спектре давления помимо гармоник на частоте следования лопаток появляются так называемые роторные гармоники [2]. В силу нелинейности системы происходит нарастание начальных возмущений, так что даже малые отклонения от регулярной структуры приводят к большим изменениям в спектре при эволюции системы. Этот эффект можно также трактовать как перекачку энергии, связанную с нелинейным взаимодействием различных гармоник.

Настоящая работа посвящена сравнительному анализу убывания общей энергии ударных волн для случая регулярных и нерегулярных возмущений. Следуя [7], рассматривается эволюция системы ударных волн во временной области, без учета эффектов поглощения на стенках канала двигателя, обшитого звукопоглощающими конструкциями, а также эффектов затухания волн определенных частот и волновых чисел в канале двигателя. Для учета этих эффектов необходимо рассматривать эволюцию волн в частотной области [8–10].



Рис. 2. Регулярная система скачков уплотнения (λ — расстояние между скачками).



Рис. 3. Схематическое изображение процесса слияния ударных волн.

В первой части работы описана численная одномерная модель распространения ударных волн, проведено ее сравнение с аналитическим решением и численным моделированием двумерной системы профилей в стандартном пакете программ. Во второй части работы на основании описанной одномерной модели рассматриваются вопросы затухания с энергетической точки зрения. Получено, что для различных сортировок лопаток могут существенно отличаться как полная энергии ударных волн, так и энергия на частоте следования лопаток на выходе из канала. Аналитически показано, что общая энергия ударных волн затухает наиболее быстро в случае абсолютно идентичных лопаток.

ОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ

В реальном двигателе лопатки не идентичны и как следствие нерегулярна и структура скачков уплотнения. Для ответа на вопрос об эволюции такой системы скачков применяется подход к решению (1), аналогичный использованному для аналитического решения в случае регулярной системы ударных волн [2]. При распространении каждая точка волны движется со своей скоростью, что приводит к передвижению скачков относительно друг друга, а также затуханию их амплитуды. Когда один из скачков догоняет другой, то происходит их слияние (рис. 3), после которого продолжается распространение сформировавшейся системы волн. Такой кинематический подход позволяет численно получить решение для эволюции нерегулярной системы скачков уплотнения.

Сравнение с аналитическим решением

Сначала необходимо удостовериться, что предложенный численный метод совпадает в простейшем случае регулярной системы волн с аналитическим решением. В модельной задаче количество лопаток принимается равным десяти, что приводит к периодической системе из десяти одинаковых ударных волн (см. рис. 2). Сравнение зависимости амплитуд регулярных скачков от времени для аналитического и численного решений для двух различных начальных амплитуд показано на рис. 4.

Видно, что аналитическое решение полностью совпадает с численным. Отметим, что две кривые (для отличающихся в два раза начальных амплитуд) становятся близкими уже при $\frac{ct}{\lambda} \sim 10^1$.



Рис. 4. Сравнение аналитического и численного решений.



Рис. 5. Эволюция спектра регулярной системы волн (N – номер гармоники с частотой $N\omega_0$, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, T – период вращения вентилятора).

На рис. 5 представлена эволюция спектра периодического сигнала, состоящего из десяти одинаковых скачков.

Из спектрального анализа видно, что все гармоники убывают одновременно, причем скорость убывания тем выше, чем выше амплитуда, что также согласуется с аналитическим решением.

Решение для нерегулярной структуры

Рассмотрим теперь задачу, иллюстрирующую эволюцию нерегулярной системы скачков. Модель представляет собой периодическую систему из десяти скачков уплотнения, один из которых отличается по амплитуде (рис. ба). С течением времени амплитуда скачков уменьшается в связи



Рис. 6. Эволюция системы с одним отличающимся скачком.



Рис. 7. Эволюция спектра системы с одним отличающимся скачком, красным цветом подсвечены гармоники на частоте следования лопаток.

с механизмом нелинейного затухания, аналогично затуханию в регулярной системе. Помимо этого, отличающийся скачок движется с большей скоростью, чем остальные. Догоняя впереди идущий скачок, он сливается с ним (рис. 6б). После слияния эволюция системы продолжается (рис. 6в), эволюция спектра представлена на рис. 7.

Согласно рис. 7, помимо гармоник, кратных количеству скачков, появляются еще и так называемые роторные гармоники, кратные частоте вращения вентилятора. Заметим, что теперь не наблюдается одновременного снижения спектра, так что некоторые из гармоник даже могут расти во времени. Как уже отмечалось выше, это связано с тем, что в нелинейной задаче присутствует механизм перекачки энергии из одних гармоник в другие.

Следуя [7], представим давление в виде ряда Фурье $P = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_m(t) e^{imx}$, где $C_{-m}(t) = C_m^*(t)$

(* означает комплексно-сопряженное число) и, подставив в уравнение (1), получим уравнение для эволюции амплитуды каждой гармоники:

$$\frac{dC_m}{dt} = -\frac{im}{2} \frac{\gamma + 1}{2\rho_0 c} \left(\sum_{i=1}^{m-1} C_m C_i + 2 \sum_{l=m+1}^{\infty} C_l C_{l-m}^* \right).$$
(3)

Из (3) видно, что нелинейность задачи приводит к наличию связи различных гармоник и, как следствие, к перекачке энергии из одних гармоник в другие. Отметим, что в данной работе

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

используется кинематический подход, описанный в начале данного раздела. При использовании кинематического подхода не учитываются эффекты затухания, связанные с наличием звукопоглощающих материалов в канале или затуханием некоторых мод в канале.

Сравнение модели с результатами численного моделирования

Для оценки применимости упрощенной одномерной модели в работе было проведено численное моделирование обтекания решетки из 10 модельных профилей в двумерной постановке. Профили были образованы из двух симметричных дуг окружностей, относительная толщина профилей составляла 5%. В регулярной решетке соседние профили были смещены друг относительно друга так, как показано на рис. 8. В нерегулярной



Рис. 8. Схема расположения соседних профилей в модельной решетке. *L* — хорда профиля. Пунктиром показан профиль под углом атаки α.



Таблица 1. Распределение отклонения углов атаки

Рис. 9. Схема расчетной области.

решетке каждый профиль устанавливался под случайным углом атаки α, слабо отличающимся от нулевого. Реализованное в расчете распределение углов атаки представлено в табл. 1, нумерация профилей в решетке и расчетная область показаны на рис. 9. Угол атаки первого профиля был равен нулю, поскольку он находился на границе расчетной области.

Расчетная область представляла собой параллелограмм со сторонами, параллельными хорде первого профиля (и набегающему потоку) и линии, соединяющей центры профилей (рис. 9). Численное моделирование проводилось в стандартном пакете программ в невязкой стационарной постановке. Для пространственной дискретизации использовалась противопоточная схема второго порядка, при этом потоки на гранях ячеек вычислялись с помощью метода Роу. На границе INLET задавался набегающий вдоль оси x поток с числом Маха M = 1.3 при давлении $p_0 = 101325$ Па и температуре $T_0 = 300$ К. На боковых границах ставились периодические условия.

Расчет для регулярной решетки проводился на двух сетках объемом 0.4 и 1.3 млн ячеек соответственно (далее — сетка 1 и сетка 2). Результаты расчетов приведены на рис. 10а, 10б. Как видно, на более грубой сетке 1 скачки уплотнения достаточно быстро затухают (на расстоянии менее



Рис. 10. Результаты расчета поля давления для регулярной решетки профилей: (а) — сетка 1; (б) — сетка 2; (в) — распределение возмущений давления вдоль линии распространения для сетки 1 (линия *I*), для сетки 2 (линия *2*) и амплитуда ударных волн для одномерной модели (линия *3*).



Рис. 11. Поле давления, полученное в результате расчета двумерной нерегулярной решетки профилей, и линии анализа данных.

1 хорды от решетки профилей) вследствие диссипативных свойств численной схемы, поэтому такая сетка не пригодна для анализа эволюции ударных волн по мере удаления от решетки. На рис. 10в показано распределение возмущений давления (относительно *p*₀) вдоль линии распространения возмущений (показана на рис. 10а, 10б), и проведено сравнение с одномерной моделью бегущих пилообразных волн, описанной в разделе 1. Видно, что результаты расчетов на сетке 2 достаточно хорошо соответствуют модели вплоть до удаления $s/L \sim 5-6$ от решетки, после которого становится заметным размывание скачков на данной сетке. При дальнейшем измельчении расчетной сетки согласие численного решения с теоретической моделью будет иметь место для больших значений параметра *s/L*, однако для целей настоящей работы точности, полученной на сетке 2, оказалось достаточно.

Дальнейшие расчеты нерегулярной решетки проводились на сетке типа 2. Результаты приведены на рис. 11. На нем также приведены линии 1-5, распределение давления на которых далее сравнивались с результатами моделирования по одномерной модели. Все линии параллельны решетке и удалены от нее соответственно на 0.1, 1, 2, 3 и 6 хорд профиля.

Начальные условия для модели восстанавливались по данным расчета на линии *1*. Сравнение результатов численного моделирования и расчета по одномерной модели на всех линиях представлено на рис. 12.

Результаты расчетов по предложенной модели и результаты численного моделирования обтекания решетки профилей хорошо совпадают друг с другом на линиях 2, 3 и 4. На линии 5 результаты заметно отличаются, поскольку на таком удалении от решетки уже сказывается эффект размывания ударных волн на использованной расчетной сетке. В целом, проведенное сравнение показывает применимость одномерной модели для анализа эволюции системы ударных волн, генерируемой венцом вентилятора как с регулярными, так и с нерегулярными лопатками.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СИСТЕМЫ СКАЧКОВ УПЛОТНЕНИЯ

Практический интерес представляет вопрос о том, каким образом необходимо выполнить расстановку лопаток для уменьшения энергии

 $E = \int_{l} \frac{1}{2} P^2 dx$ на выходе из канала, где l — окружность канала. Численный метод, используемый в настоящей работе, позволяет количественно оценить структуру волн, генерируемых различными перестановками лопаток, и выбрать из них наилучшую в рамках определённой метрики. Как известно [11], основное влияние на отошедший ударный скачок оказывает угол установки лопатки, причем амплитуда отдельного скачка пропорциональна разнице в углах атаки текущей и предыдущей лопаток $\Delta P_i = P_a + k (\varphi_i - \varphi_{i-1})$. Таким образом можно генерировать различные начальные системы волн, соответствующие различным расположениям лопаток относительно друг друга.

Был выполнен расчет с сортировкой лопаток, так чтобы минимизировать разницу в углах атаки между двумя соседними лопатками (см. табл. 2). Результаты расчета (общая энергия и энергия на первой частоте следования лопаток) представлены на рис. 13. Для оценки эффективности расстановки были проведены расчеты еще десяти случаев, в которых лопатки были расставлены случайным образом. Для сравнения приведено также

Таблица 2. Отличие угла атаки от стандартного при сортировке

Номер лопатки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Угол атаки °	-0.48	-0.35	-0.28	0	0.14	0.29	0.07	-0.12	-0.31	-0.46



Рис. 12. Сравнение данных численного моделирования (кривая 1) и расчетов по одномерной модели (кривая 2).

затухание энергии для регулярной волны с такой же начальной энергией.

Из приведенной серии расчетов видно, что общая энергия затухает быстрее в случае регулярной волны (черная сплошная линия всюду ниже, чем все остальные черные линии, соответствующие полной энергии для других случаев). Однако, если рассмотреть энергию на частоте следования лопаток, то окажется что регулярная волна на этой частоте затухает хуже, чем нерегулярная. Отметим также не монотонное затухание для нерегулярных случаев. При этом серия расчетов может подсказать некоторые более оптимальные способы расстановки лопаток в определенных диапазонах безразмерного времени $\frac{ct}{\lambda}$, которое может быть вычислено для конкретного режима обтекания по формуле [12]

$$\frac{ct}{\lambda} = \frac{x}{d} \frac{\mathbf{M}^4}{\sqrt{\mathbf{M}^2 - 1} \left(\mathbf{M}_{\tau} - \sqrt{\mathbf{M}^2 - 1}\mathbf{M}_a\right)^2}$$

где x — расстояние от венца вентилятора до выхода из воздухозаборника, d — тангенциальное расстояние между лопатками.

Представляет также интерес вопрос об универсальности вывода о скорейшем затухании для регулярного случая в сравнении с нерегулярным. Рассмотрим уравнение нелинейной эволюции (1). Перейдя к безразмерным переменным $T = \frac{ct}{\lambda}$, $P = \frac{p}{P_0}$ и $X = \frac{x}{\lambda}$, получим уравнение Хопфа: $\frac{\partial P}{\partial T} + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} P \frac{\partial P}{\partial X} = 0.$

Дальнейший анализ можно провести двумя эквивалентными способами: первый — представить разрывную функцию давления в обобщенных функциях, второй — рассмотреть энергетический баланс на одной «ячейке» (отрезке [*a*,*b*] на рис. 14), а потом просуммировать по все «ячейкам». Будем использовать второй способ.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024



Рис. 13. Энергия на выходе из канала: *1* — полная энергия при сортировке, *2* — энергия на частоте следования лопаток при сортировке, *3* — полная энергия при случайной расстановке, *4* — энергия на частоте следования лопаток при случайной расстановке, *5* — полная энергия регулярной волны, *6* — энергия на частоте следования лопаток для регулярной волны.

Энергия одной ячейки
$$E_{\text{cell}} = \int_{a}^{b} \frac{1}{2} P^{2} dX$$
, а ее изме-

нение по времени можно записать как

$$\frac{d}{dT}E_{\text{cell}} = \frac{d}{dT}\int_{a}^{b}\frac{1}{2}P^{2}dx =$$
$$= \frac{1}{2}\left(P^{2}(b)V_{b} - P^{2}(a)V_{a}\right) + \int_{a}^{b}P\frac{\partial P}{\partial t}dx^{2}$$

где V_a и V_b – скорости соответствующих ударных волн. Связывая скорость ударной волны с давле-

нием $V_a = \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \frac{P_a^+ + P_a^-}{2}$ и выражая $\frac{\partial P}{\partial t}$ из урав-

нения Хопфа, получим

$$\begin{split} \frac{d}{dt} E_{\text{cell}} &= \frac{1}{2} \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \bigg[(P_b^-)^2 \frac{P_b^+ + P_b^-}{2} - (P_a^+)^2 \frac{P_a^+ + P_a^-}{2} \bigg] - \\ &- \frac{1}{3} \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \Big((P_b^-)^3 - (P_a^+)^3 \Big), \end{split}$$

где нижний индекс ${}^{\circ}_{a}$, ${}^{\circ}_{b}$ означает координату соответствующего скачка, верхний индекс ${}^{\circ^{+}}$ — значение давления непосредственно справа от скачка, верхний индекс ${}^{\circ^{-}}$ — значение давления непосредственно слева от скачка. Суммируя по всем ячейкам на одном периоде, получим

$$\frac{d}{dt}E = -\frac{1}{12}\frac{\gamma+1}{2\gamma}\sum_{i}\Delta P_{i}^{3}, \qquad (4)$$

где $\Delta P_i = P_i^- - P_i^+$ — амплитуда *i*-го скачка.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

Для формализации задачи максимального затухания необходимо поставить условие для сохранения некоторой величины. Основную роль в изменении структуры ударных волн, отходящих от лопастей вентилятора, играет изменение угла атаки. При этом наблюдается линейная связь между амплитудой давления и разницей в углах атаки текущей и предыдущей лопастей $\Delta P_i = P_a + k (\varphi_i - \varphi_{i-1})$ [11]. Таким образом, сохраняется сумма амплитуд ударных волн

$$\sum_{i} \Delta P_{i} = \sum_{i} \left(P_{a} + k \left(\varphi_{i} - \varphi_{i-1} \right) \right) = const.$$

Будем искать максимум убывания общей энергии $(-\frac{d}{dt}E)$, вычисляемой по формуле (4) с учетом условия сохранения суммы амплитуд. Воспользуемся Лагранжевым формализмом для нахождения экстремума:



Рис. 14. «Ячейка» для рассмотрения энергии.

$$L = \frac{1}{12} \sum_{i} \Delta P_i^3 + \lambda \sum_{i} \Delta P_i.$$

Приравнивая нулю частные производные

$$rac{\partial}{\partial(\Delta P_k)}L = rac{1}{4}\Delta P_k^2 + \lambda = 0,$$

получим, что $\forall k \to \Delta P_k = \sqrt{-4\lambda}$, т.е. максимуму диссипации соответствует конфигурация, когда амплитуды ΔP_k всех скачков одинаковы.

В такой постановке задача на условный экстремум имеет аналитическое решение: убыль энергии будет максимальна, если амплитуды всех ударных волн будут одинаковы. Таким образом, быстрее всего энергия убывает в случае регулярной волны, для которой справедливо аналитическое решение (2).

Сделать аналогичный теоретический вывод о затухании энергии на определенной частоте (например, на частоте следования лопаток) представляется затруднительным в силу нелинейности задачи и перекачки энергии из одних частот в другие.

Хотя общая энергия системы ударных волн затухает наиболее быстро в случае регулярной волны (абсолютно идентично установленных лопаток), с точки зрения шума на местности может оказаться более эффективным нерегулярный случай. Это связано с тем, что в цилиндрическом канале двигателя присутствуют эффекты поглощения на стенках канала, обшитого звукопоглощающими конструкциями, отражение от открытого конца и эффекты затухания волн определенных частот и волновых чисел. Учет этих эффектов может приводить к тому, что роторные частоты с малыми т будут быстро затухать или отражаться от открытого конца канала, и с точки зрения шума в дальнем поле окажется более выгодно перераспределить энергию с частоты следования лопаток на эти быстро затухающие частоты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена эволюция нерегулярной периодической системы ударных волн. Аналитически показано, что общая энергия волн убывает наиболее быстро в случае регулярной системы волн (все волны идентичны). Однако в нерегулярном случае, хотя общая энергия и убывает медленнее, можно получить большую скорость убывания на определенных частотах благодаря нелинейному взаимодействию и перекачке энергии из одних частот в другие. Предложенный метод расчёта позволяет смоделировать прохождение нерегулярной системы волн от венца вентилятора до выхода из канала двигателя. Такие расчёты позволяют быстро сравнить несколько конфигураций расстановки лопаток и выбрать из них наиболее оптимальную.

Статья подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня «Сверхзвук» на 2020–2025 гг. при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение от 17 мая 2022 г. № 075-15-2022-1023).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Hawkings D*. Multiple tone generation by transonic compressors // J. Sound Vib. 1971. V. 17. № 2. P. 241–250.
- 2. *Голдстейн М.Е.* Аэроакустика. М.: Машиностроение, 1981. 294 с.
- 3. *Гусев В.А., Руденко О.В.* Усиление действия интенсивного фокусированного ультразвука (HIFU) при специальной пространственно-временной модуляции // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 1. С. 52–57.
- 4. *Руденко О.В., Маков Ю.Н.* Звуковой удар: от физики нелинейных волн до акустической экологии // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 3–30.
- 5. Бахтин В.К., Гурбатов С.Н., Дерябин М.С., Касьянов Д.А. Об особенностях трансформации профиля акустических нелинейных волн, отражаемых от ступенчатой структуры // Акуст. журн. 2023. Т. 69. № 3. С. 295–303.
- 6. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- 7. *Fisher M.J., Tester B.J. and Schwaller P.J.G.* Supersonic fan tone noise prediction // AIAA Aeroacoustics conf., Toulouse, 1998.
- McAlpine A. and Fisher M.J. On the prediction of "buzz-saw" noise in aero-engine inlet ducts // J. Sound Vib. 2001. V. 248. № 1. P. 123–149.
- McAlpine A. and Fisher M.J. On the prediction of "buzz-saw" noise in acoustically lined aero-engine inlet ducts // J. Sound Vib. 2003. V. 265. P. 175–200.
- McAlpine A., Fisher M.J., Tester B.J. "Buzz-saw" noise: A comparison of measurement with prediction // J. Sound Vib. 2006. 290. P. 1202–1233.
- 11. *Stratford B.S. and Newby D.R.* A new look at the generation of buzz-saw noise // AIAA Aeroacoustics conf., Atlanta, 1977.
- Morfey C.L. and Fisher M.J. Shock-Wave Radiation from a Supersonic Ducted Rotor // The Aeronautical Journal of the Royal Aeronautical Society. 1970. V. 74. P. 579–585.

57

ON THE EVOLUTION OF THE SHOCK WAVES SYSTEMS CREATED BY THE FAN BLADES

M. A. Yudin^{*a*, *}, V. F. Kopiev^{*a*}, S. A. Chernyshev^{*a*}, G. A. Faranosov^{*a*}, M. A. Demyanov^{*a*}, O. P. Bychkov^{*a*}

^aFAU TsAGI, Research Moscow Complex TsAGI, st. Radio 17, Moscow, 105005 Russia

*e-mail: mikleudin@ya.ru

Fan is one of the noise sources in a modern engine. The fan noise is especially noticeable during takeoff at high angular rotation speeds. In such operating modes, supersonic flow around the tips of the fan blades is realized, which leads to the formation of shock waves that propagate upstream until they exit of the engine channel. As a result, a specific noise is emitted into the front hemisphere, consisting of harmonics that are multiples of the fan rotation frequency. The paper analyzes the described effect based on a simple model of the propagation of a shock waves system. By using energy analysis, it is shown that the system of shock waves with equal amplitude decays faster than a system of shock waves with a spread in amplitude.

Keywords: nonlinear acoustics, shock wave noise, multiple tones

УДК 548.73

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ В КВАРЦЕВЫХ ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТАХ МЕТОДОМ РЕНТГЕНОВСКОЙ ТОПОГРАФИИ

© 2024 г. Э. С. Ибрагимов^a, Ф. С. Пиляк^a, А. Г. Куликов^{a,*}, Н. В. Марченков^a, Ю. В. Писаревский^a, А. А. Калоян^a, Ю. А. Першин^a, Ю. А. Глазунова^b, С. А. Демин^b, А. С. Южалкин^b, С. С. Пашков^b, Г. Н. Черпухина^b

^аНациональный исследовательский центр "Курчатовский институт", пл. Академика Курчатова 1, Москва, 123182 Россия

^bОАО "Лит-Фонон", ул. Краснобогатырская 44, стр. 1, Москва, 107076 Россия

*e-mail: ontonic@gmail.com Поступила в редакцию 01.08.2023 г. После доработки 10.02.2024 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

Методом рентгеновской топографии на лабораторном и синхротронном источниках рентгеновского излучения получены распределения деформаций в объеме двух типов кварцевых резонаторов AT-среза, различающихся соотношениями размеров. Из сравнения рентгенотопографических данных и амплитудно-частотных характеристик резонаторов установлено соответствие между деформационными картинами и особенностями колебательных процессов для рабочих мод и их гармоник, а также для колебаний на паразитных модах. Обнаружена связь между колебаниями на паразитных модах, проявляющимися в виде неоднородности амплитуды, и топологией резонаторов. Отмечена прикладная значимость полученных результатов для разработки и оптимизации новых конструкций пьезоэлементов и развития технологии их изготовления.

Ключевые слова: кварцевый резонатор, гармоники, распределение деформаций кристаллической решетки, ультразвуковая нагрузка, рентгеновская дифракция

DOI: 10.31857/S0320791924030065 **EDN:** ZMNHTE

ВВЕДЕНИЕ

Кварцевые резонаторы являются широко распространенными компонентами современной микроэлектроники, которые применяются для фильтрации и стабилизации частоты ультразвуковых и электромагнитных колебаний. Особую популярность приобрели кварцевые пьезоэлементы на основе АТ-среза, для которого характерны высокая механическая добротность и температурная стабильность [1]. Благодаря тому, что для данного среза производные 1-го и 2-го порядков резонансной частоты равны нулю, такие пьезоэлементы могут использоваться как в электронных приборах стабилизации и фильтрации частоты, так и в качестве разнообразных датчиков [2–5].

В то же время расчет колебаний анизотропных кварцевых пластин в условиях взаимодействия толщинно-сдвиговых, толщинно-крутильных, изгибных, продольных и контурных колебаний представляет собой нетривиальную задачу, решаемую аналитически лишь в условиях значительных допущений [6–12]. Результатом подобных расчетов являются диапазоны оптимальных размеров кристаллических пластин, обеспечивающих минимальную связь рабочих колебаний сдвига по толщине с другими видами колебаний.

В частности, собственные частоты колебаний сдвига по толщине определяют по формуле [13]:

$$f = \frac{1}{2b} \sqrt{\frac{c_{66}'}{\rho}},$$
 (1)

где b — толщина пластины; ρ — плотность кварца; c'_{66} — упругий модуль кварца для повернутой системы координат, соответствующей АТ-срезу.

Для практических расчётов во избежание нежелательной связи колебаний сдвига по толщине с изгибными колебаниями пьезолемента используют эмпирическую формулу, описывающую условие совпадения обертона частоты изгибных колебаний с частотой рабочего колебания сдвига по толщине [14]:

$$f_{\rm H3\Gamma} = \frac{N_{\rm H3\Gamma}n}{l_{\chi}} = f_{\rm CZB} = \frac{N_{\rm CZB}}{t}, \qquad (2)$$

где $f_{\rm изг}$, $f_{\rm сдв}$ — соответственно частоты изгибных колебаний и колебаний сдвига по толщине, кГц; n — обертон (гармоника) изгибных колебаний; $N_{\rm изг}$ = 1338.4 кГц мм — частотный коэффициент изгибных колебаний; $N_{\rm сдв}$ = 1660 кГц мм — частотный коэффициент колебаний сдвига по толщине; l_x — длина пластины вдоль кристаллографической оси X, мм; t — толщина пластины, мм.

Численные же расчеты более сложных взаимодействий различных типов колебаний требуют большой вычислительной мощности и точного учета значительного числа параметров резонатора и при этом не позволяют учитывать реальную структуру кристалла, т.е. влияние дефектов на поле возникающих деформаций.

В связи с этим, методы визуализации деформаций и регистрации их распределения в условиях функционирования резонаторов (в режиме in operando) крайне востребованы с точки зрения контроля процесса изготовления и оптимизации конструкции данных компонентов. Особое место среди них занимает метод рентгеновской топографии, чувствительный к атомным смещениям на уровне десятитысячных долей ангстрема. В сочетании с высокой проникающей способностью рентгеновского излучения данный метод позволяет получать информацию с пространственным разрешением из всего объема образца. В частности, метод рентгеновской топографии позволяет визуализировать деформационное поведение резонаторов в процессе их использования [15, 16], выявлять роль дефектов [17, 18] и устанавливать взаимосвязь между геометрией устройства и колебательными процессами, определяющими его функциональные характеристики [19, 20].

В настоящей работе проводится исследование электроакустических параметров и рентгенотопографических картин кварцевых резонаторов АТ-среза, отличающихся размером и конфигурацией, которые определяют различные соотношения между амплитудами основных и паразитных мод колебаний.

ИССЛЕДУЕМЫЕ ОБРАЗЦЫ

Пьезоэлементы, исследованные в данной работе, представляют собой монокристаллические

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

пластины α -кварца прямоугольной формы термостабильного АТ-среза. Данный срез соответствует повороту системы координат вокруг оси *X* (кристаллографическое направление [110]) на 35.25°. Ориентация поверхности *XZ'* близка к кристаллографической плоскости (1–11). Матрица пьезоэлектрических модулей кварца рассчитана для повернутой системы координат *XY'Z'* (табл. 1) относительно табличных значений, представленных в [21].

Таблица 1. Матрица пьезоэлектрических модулей d' кварца в пКл/Н для повернутой системы координат XY'Z', соответствующей АТ-срезу. Жирным выделены пьезомодули, активирующие сдвиговые деформации $T_{XZ'}$ и $T_{XY'}$ при приложении электрического поля E вдоль направления Y'.

	T _{XX}	$T_{Y'Y'}$	$T_{Z'Z'}$	$T_{Y'Z'}$	T _{XZ'}	$T_{XY'}$
E_X	2.31	-1.20	-1.11	2.42	0	0
$E_{Y'}$	0	0	0	0	<u>-2.66</u>	<u>2.74</u>
$E_{Z'}$	0	0	0	0	1.88	-1.94

В работе исследовались резонаторы кварцевые (РК) двух типов (рис. 1) с различными рабочими частотами (табл. 2). В пьезоэлементах резонаторов 1-го типа (РК563) ось X направлена вдоль более длинной стороны пластины (его длины), а ось Z' — вдоль более короткой (ширины). В пьезоэлементах резонаторов 2-го типа (РК319), наоборот, направлению X соответствует ширина пластины, а Z' — ее длина. Для ослабления связи между основным колебанием сдвига по толщине с нежелаторов 1-го типа придана форма плоских пластин с фасками (форма двояко-выпуклых линз).



Рис. 1. Общий вид и габаритные размеры резонаторов (а) — РК563 (тип 1) в корпусе поверхностного монтажа и (б) — РК319 (тип 2) в корпусе четвертьволнового резонатора.

№ измерения	Тип образца Размеры срения (номинальная пластины частота) (ширина × длин		Имеющиеся экспериментальные данные		
		2.10×4.0 мм	 Топограмма на рабочей частоте 9.99217 МГц 		
1-3	Резонатор 1 типа (10 МГц)		 Топограмма на частоте третьей гармоники 31.73469 МГц 		
			 Топограмма на частоте паразитной моды 10.43383 МГц 		
4	Резонатор 1 типа (14 МГц)	1.97×4.0 мм	- Топограмма на рабочей частоте 13.99129 МГц		
5-6	Deperture		- Топограмма на рабочей частоте 12.91492 МГц		
	2 типа (12.9 МГц)	1.25×10.0 мм	 Топограмма на частоте паразитной моды 13.42367 МГц 		

Таблица 2. Основные параметры исследованных образцов двух типов

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДИКИ И ОБОРУДОВАНИЕ

Для визуализации пространственного распределения деформаций, возникающих в кварцевых пьезоэлементах в процессе их работы, использовался метод рентгеновской топографии. Данный метод основан на регистрации картины пространственного распределения интенсивности отраженного излучения от определенного семейства кристаллических плоскостей и является уникальным высокочувствительным инструментом визуализации динамических деформаций в кристаллах, возникающих, в частности, при активации пьезоэффекта и ультразвуковых воздействиях. Рентгеновская топограмма несет в себе информацию также и о дефектной структуре кристалла.

Образец, выставленный под углом Брэгга, соответствующим системе исследуемых кристаллических плоскостей (220), целиком засвечивался широким равномерным рентгеновским/ синхротронным пучком. За кристаллом устанавливался двумерный детектор с широкой апертурой. Дифрагированное излучение, попадающее в приемное окно детектора, установленного на двойном угле Брэгга образца, формирует на нем изображение засвеченной области исследуемого образца. Деформированные области кристалла искажают исходный волновой фронт падающего слаборасходящегося пучка, за счет чего достигается контраст дифракционных топограмм. Существует множество экспериментальных рентгенооптических схем топографии кристаллических объектов с чувствительностью к разным особенностям реальной структуры и различной разрешающей способностью [22, 23].

Топограммы пьезоэлементов резонаторов 1-го типа были получены на экспериментальной станции «Медиана» Курчатовского источника синхротронного излучения КИСИ-Курчатов (НИЦ «Курчатовский институт») (рис. 2а). Спектр излучения определяется параметрами излучающего поворотного магнита и лежит в широком энергетическом диапазоне, достигая максимальной интенсивности при $E \approx 8 - 14$ кэВ. Полихроматический пучок обладает интенсивностью до 2×10^9 имп/сек см² и малой расходимостью порядка 10 мкрад. Таким образом, за счет амплитуды вариации межплоскостного расстояния $\Delta d/d$ в отдельных областях кристалла-резонатора, соответствующих пучностям колебаний, достигается контраст распределения интенсивности дифрагированного излучения при его фиксированном угловом положении. Для регистрации топограмм использовался детектор с размером пикселя 10 мкм. За счет отсутствия изменения угла в процессе записи топограммы в указанной схеме на детекторе получается картина с высокой степенью детализации. Таким образом, топография на белом пучке позволяет зафиксировать тонкую структуру колебаний пьезоэлемента.

Для измерения топограмм пьезоэлементов 2-го типа была использована модернизированная установка трехкристального рентгеновского спектрометра (TPC), оснащенного двумерным детектором AdvaPIX TPX3 с размером пикселя 55 мкм (рис. 26). Источником рентгеновского излучения служила рентгеновская трубка с молибденовым анодом мощностью до 2.5 кВт с длиной волны излучения $E[MoK\alpha_1] = 17.4798$ кэВ. Для получения широкого параллельного монохроматического

пучка был использован асимметричный Si 440 монохроматор с углом Брэгга 21.679° и коэффициентом асимметрии 0.025, установленный после коллимационной щели апертурой 150 мкм, что позволяет получить на выходе после монохроматора однородный пучок шириной до 6 мм со спектральной расходимостью, не превышающей ширину характеристической линии. Топограммы от пьезоэлемента были получены при сканировании образца по оси ω вблизи угла Брэгга в режиме накопления интегральной интенсивности.

Использование как синхротронного, так и лабораторного рентгеновского источника дает качественно схожие картины. Однако, комбинация более яркого синхротронного пучка и детектора с меньшим размером пикселя позволяет более детально анализировать профили распределения деформаций для микроминиатюрных изделий. Использование синхротрона оправдывает себя в случае необходимости получения количественной информации при отработке конструкций новых пьезоэлементов ввиду высокого спроса на пучковое время данных уникальных установок.



Рис. 2. Схемы реализации измерений. (а) — Топография на белом пучке в однокристальной схеме дифракции, реализованная на синхротронной станции «Медиана» КИСИ-Курчатов. 1 — поворотный магнит, 2 — входная маска белого пучка, 3 — алюминиевый фильтр для поглощения длинноволновой части спектра, 4 — гониометрическая система, 5 — образец с держателем, 6 — двумерный детектор, 7 — генератор/анализатор электрического сигнала. (б) — Топография на монохроматическом пучке в двухкристальной схеме дифракции, реализованная на лабораторном трехкристальном рентгеновском спектрометре TPC-К: 1 -рентгеновская трубка, 2 - щель предварительной коллимации, 3 - асимметричный однокристальный монохроматор, 4 — гониометрическая система, 5 — образец с держателем, 6 — двумерный детектор, 7 — генератор/анализатор электрического сигнала.

В обоих случаях амплитудно-частотные характеристики определялись для электрической схемы с последовательно подключенной к резонатору тестовой нагрузкой сопротивлением 50 Ом при помощи анализатора электрического сигнала со встроенным генератором Rigol DSA1030. В процессе записи топограмм частота генератора фиксировалась на значении, соответствующем резонансу кристалла.

В пьезоэлементах резонаторов как 1-го, так и 2-го типов в процессе колебаний на основных гармониках возникают сдвиговые толщинные деформации в плоскости XZ' за счет активации пьезомодуля d'_{25} и в плоскости XY' за счет активации пьезомодуля d'_{26} . Топограммы, полученные в геометрии Лауэ (на просвет) от системы кристаллических плоскостей (220), чувствительны к деформациям в плоскости XY' за счет того, что направления атомных смешений лежат в плоскости дифракции. Геометрия дифракции Лауэ позволяет исследовать колебательные процессы во всем объеме кристаллической пластины резонатора.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Предварительно были записаны топограммы пьезоэлементов обоих типов исследуемых резонаторов в невозбужденном состоянии (рис. 3). Результат показал наличие статических полей деформаций, соответствующих дефектам кристаллической решетки. Исходные деформационные поля, однако, не оказывают существенного влияния на распределения деформаций в условиях колебаний на резонансных частотах, описанных далее, и не превосходят их величину.

Исследование распределения деформаций в пьезоэлементах резонаторов 1-го типа (PK563)

На рис. 4 представлены топограмма и графики распределения амплитуды деформаций пьезоэлемента с номинальной частотой 10 МГц.

В направлении вдоль оси Z' пьезоэлемента расположены 7 пучностей колебаний, имеющих форму полос (рис. 4а). Подобная картина деформаций соответствует возникновению стоячей волны деформаций сдвига по толщине, возбуждаемой в области электродов и распространяющейся за ее пределы по всему объему кристалла.

При возбуждении пьезоэлемента на 3-ей гармонике колебаний сдвига по толщине с частотой 31.73469 МГц картина распределения амплитуды деформаций (рис. 5) близка к аналогичной картине



Рис. 3. (а) — Схематическое представление кристаллографической ориентации АТ-среза кварца; (б) и (в) — исходные топограммы резонаторов РК563 и РК319 соответственно, полученные в нормальных условиях (без внешнего воздействия).

на 1-ой гармонике, полученной при рабочей частоте 9.99217 МГц. На пьезоэлементе вдоль оси Z' сохраняется 7 пучностей колебаний.

Для резонатора с номинальной частотой 10 МГц были записаны топограммы на частоте ангармонического колебания 10.43383 МГц (рис. 6). Графики распределения амплитуды колебаний свидетельствуют о наличии интерференции волн, возникающих вдоль осей *X* и *Z*′ кристаллической пластины.

В случае слабой связи рабочих сдвиговых по толщине колебаний с изгибными и контурными, основным видом побочных колебаний становятся ангармонические колебания, представляющие собой результат взаимодействия колебаний разного типа [13].

Частоты ангармонических колебаний находятся вблизи рабочей моды и могут быть вычислены по формуле Сайкса [24]:

$$f = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{c_{66}}{\rho}}\sqrt{\frac{m^2}{b^2} + \frac{k_1n^2}{L^2} + \frac{k_2(p-1)^2}{a^2}},$$
 (3)

где k_1, k_2 — постоянные величины, определяемые экспериментальным путем; *m*, *n* и *p* — целые числа; *b*, *L*, *a* — толщина, длина и ширина пластины соответственно.



Рис. 4. (а) — Топограмма и (б), (в) — графики распределения по двум направлениям амплитуды деформаций пьезоэлемента на резонансной частоте 9.99217 МГц, соответствующей 1-ой гармонике.



Рис. 5. (а) — Топограмма и (б), (в) — графики распределения по двум направлениям амплитуды деформаций пьезоэлемента резонатора 1-го типа на резонансной частоте 31.73469 МГц, соответствующей 3-ей гармонике.



Рис. 6. (а) — Топограмма и (б), (в) — графики распределения по двум направлениям амплитуды деформаций пьезоэлемента на резонансной частоте 10.43383 МГц, соответствующей ангармоническому колебанию.

Представленное на топограмме (рис. 6) ангармоническое колебание может быть обозначено параметрами m = 1; n = 4; p = 1, поскольку работает на первой гармонике с частотой 10.43383 МГц, имеет четыре пучности вдоль оси X и одну стоячую волну в направлении оси Z'.

Особый интерес представляет картина распределения амплитуды деформаций в виде двумерной решетки у пьезоэлемента с номинальной частотой 14 МГц, которая представлена на топограмме (рис. 7).

Количество небольших квадратных пучностей: 18 рядов вдоль кристаллографической оси X и 9 рядов вдоль кристаллографической оси Z' пропорционально размерам длины 3.5 мм и ширины 1.8 мм пластины, что также свидетельствует об интерференционном характере наблюдаемой картины деформаций.

Частотный коэффициент колебания задается следующим соотношением [24]:

$$N = \frac{f \, l \times 2}{m} \,, \tag{4}$$

где f — рабочая частота пьезоэлемента в кГц; m — число полуволн (пучностей колебаний); N частотный коэффициент колебаний в кГц мм; l — размер вдоль кристаллографической оси Z', мм.

Рассчитанный частотный коэффициент составил 5600 кГц мм. Он значительно больше, чем у нежелательных изгибных, контурных и



Рис. 7. (а) — Топограмма и (б), (в) — графики распределения по двум направлениям амплитуды деформаций пьезоэлемента на резонансной частоте 13.99129 МГц, соответствующей 1-ой гармонике.

продольных колебаний (1338; 2500; 2800 кГц мм, соответственно), что позволяет избежать взаимодействия данных типов колебаний между собой. Следовательно, картина деформаций в виде двумерной решетки (рис. 7) является результатом интерференции волн и соответствует соотношению размеров длины и ширины пьезоэлемента.

Исследование распределения деформаций в пьезоэлементах резонатора 2-го типа (PK319)

В резонаторах 2-го типа используются связанные колебания сдвига по толщине с гармониками изгиба. Подобные резонаторы отсутствуют в каталогах отечественных и зарубежных фирм, и методика расчета оптимальных размеров пластин отличается от приведенных в работах [6-12]. Согласно методике ТУ РК319 [25] существуют неоптимальные отношения l/t, которые находятся в промежутках между оптимальными значениями, соответствующими различным рабочим частотам резонаторов. Однако расчеты в соответствии с формулой (1) показывают, что не все частоты внутри неоптимального диапазона приводят к возникновению нежелательных продольных или контурных колебаний. В связи с этим важной задачей представляется дальнейшая оптимизация размерного ряда РК319.

С целью проверки расчетов были изготовлены кварцевые резонаторы с неоптимальной номинальной частотой 12.9 МГц. В табл. 3 добротность

изготовленных резонаторов сравнивается с добротностью серийных резонаторов с номинальной частотой 12.0 МГц. Испытания показали, что все изготовленные резонаторы соответствуют требованиям ТУ на резонаторы РК319.

Таблица 3. Параметры резонаторов с оптимальными
и неоптимальными частотами по ТУ

Случай	Оптимальный	Неоптимальный
Частота, МГц	12.0	12.9
Ширина, мм	1.20	1.25
Добротность, $Q \times 10^3$	82-178	74–132
Минимальная добротность по ТУ, $Q_M \times 10^3$	70	70

Измеренная амплитудно-частотная характеристика резонаторов 2-го типа представлена на рис. 8.

Вблизи рабочей резонансной частоты 12.91492 МГц присутствует паразитный резонанс с частотой 13.42367 МГц. На рис. 9 и 10 представлены топограммы и графики распределения амплитуды колебаний пьезоэлемента на этих частотах.

Распределения амплитуды колебаний пьезоэлементов с неоптимальным соотношением размеров в направлении оси *X* похожи на представленные



Рис. 8. Амплитудно-частотная характеристика резонатора 2-го типа.

для пьезоэлементов резонаторов 1-го типа с номинальной частотой 10 МГц. Количество пучностей вдоль оси *X* остается равным 7. Так же, как у пьезоэлементов резонаторов 1-го типа, возбуждаемые в области электродов колебания распространяются за ее пределы и, при небольших размерах пластины, происходит их отражение от краев. В результате наблюдается ярко выраженная интерференционная картина. При этом на паразитной моде (рис. 10) незначительный вклад в картину деформаций вносят также изгибные колебания.



Рис. 9. (а) — Топограмма и (б), (в) — графики распределения по двум направлениям деформаций пьезоэлемента на резонансной частоте 12.91492 МГц.



Рис. 10. (а) — Топограмма и (б), (в) — графики распределения по двум направлениям деформаций пьезоэлемента на резонансной частоте 13.42367 МГц, соответствующей ангармоническому колебанию.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведены рентгенотопографические исследования распределения деформаций в двух типах микроминиатюрных кварцевых пьезоэлементов, возникающих на рабочей резонансной частоте, кратных ей гармониках, а также на частотах ангармонических колебаний сдвига по толщине.

В процессе проведения исследований кварцевых пьезоэлементов резонаторов 1-го и 2-го типа установлено наличие направленных вдоль длины пучностей колебаний, имеющих форму полос. В направлении ширины наблюдается ярко выраженная картина стоячей волны деформаций, параметры которой зависят от геометрических размеров кристаллической пластины и частоты внешнего сигнала.

По данным топографии обнаружено, что в случае возникновения интерференции волны вдоль длины и ширины элемента, картина колебаний может приобретать форму двумерной решетки. Количество пучностей вдоль осей меняется в зависимости от соотношения поперечного и продольного размеров пластины. При этом возбуждение колебаний в пьезоэлементе на паразитной моде или на третьей резонансной гармонике сохраняет характер картины распределения деформаций и соотношение числа пучностей вдоль соответствующих осей, как и на рабочей моде резонатора. Экспериментальные данные показывают, что отличия от стандартно используемых соотношений размеров не приводят к ухудшению параметров резонаторов.

Рентгенотопографические исследования резонаторов в невозбужденном состоянии выявили наличие ряда дефектов, но при этом показали, что эти дефекты не оказывают существенного влияния на распределение амплитуды деформационных колебаний.

Результаты, полученные в рамках настоящих исследований, имеют практическую значимость с точки зрения понимания особенностей колебаний анизотропных пластин, а также могут быть использованы для расчетов оптимальных конструкций пьезоэлементов, определения местоположения дефектов и механических деформаций в пьезоэлементах и совершенствования технологии изготовления резонаторов. В частности, визуализация распределения и локализации тонкой структуры деформационных полей позволяет сделать вывод о необходимости внесения изменений в конструкцию пьезоэлемента, электродов или держателя при борьбе с паразитными резонансами.

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ «Курчатовский институт».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Смагин А.Г., Ярославский М.И*. Пьезоэлектричество кварца и кварцевые резонаторы. М.: Энергия, 1970. 488 с.
- 2. *Мостяев В.А., Дюжиков В.И.* Технология пьезои акустоэлектронных устройств. М.: Ягуар, 1993. 280 с.
- Савицкий О.А. Резонатор с управляемой прозрачностью границ // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 4. С. 385–390. DOI: 10.31857/S0320791922040104
- 4. *Туральчук П.А., Вендик И.Б.* Синтез полосовых фильтров на объемных акустических волнах с учетом материальных параметров многослойной структуры резонаторов // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 6. С. 611–617. DOI: 10.31857/S0320791922050124
- 5. *Квашнин Г.М., Сорокин Б.П., Бурков С.И.* Анализ распространения СВЧ волн Лэмба в пьезоэлектрической слоистой структуре на основе алмаза // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 6. С. 595–602. DOI: 10.31857/S0320791921060058
- Onoe M., Kamada K., Okazak M., Tajika F., Manabe N. 4 MHz AT-Cut Strip Resonator for Wrist Watch / Proc. of the 31st Annual Symposium on Frequency Control. New Jercey: IEEE, 1977. P. 48–54. https://doi.org/10.1109/FREQ.1977.200128
- Zumsteg A.E., Suda P. Properties of a 4 MHZ miniature flat rectangular quartz resonator vibrating in a coupled mode / Proc. of the 30th Annual Symposium on Frequency Control. New Jercey: IEEE, 1976. P. 196–201. https://doi.org/10.1109/FREQ.1976.201314
- Okano S., Kudama T., Yamazaki K., Kotake H. 4.19 MHZ Cylindrical AT-cut Miniature Resonator / Proc. of the 35th Annual Symposium on Frequency Control. New Jercey: IEEE, 1981. P. 166–173. https://doi.org/10.1109/FREQ.1981.200471
- Dvorsky L. AT-quartz strip resonatore / Proc. of the 41st Annual Symposium on Frequency Control. New Jercey: IEEE, 1987. P. 295–302. https://doi.org/10.1109/FREQ.1987.201037
- Mindlin R.D. High frequency vibrations of plated crystal plates // Intl. J. Solids and Struct. 1972. V. 8. P. 891– 906. https://doi.org/10.1016/0020-7683(72)90004-2
- Lee P.C. Extensional, Flexural and Width-Shear Vibrations of Thin Rectangular Crystal Plates / Proc. of the 25th Annual Symposium on Frequency Control. New Jercey: IEEE, 1971. P. 63–69. https://doi.org/10.1109/FREQ.1971.199834
- Zumsteg A.E., Suda P., Zingg W. Energy trapping of coupled modes in rectangular AT-cut resonators / Proc. of the 32nd Annual Symposium on Frequency Control. New Jercey: IEEE, 1978. P. 260–266. https://doi.org/10.1109/FREQ.1978.200246

- Андросова В.Г. и др. Пьезоэлектрические резонаторы: справочник. Под ред. Кандыбы П.Е. и Позднякова П.Г. М.: Радио и связь, 1992. 392 с.
- 14. *Букштам Б.М., Караульник А.Е.* Акустические колебания кварцевых резонаторов среза АТ // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 4. С. 440–445.
- 15. Куликов А.Г., Марченков Н.В., Благов А.Е., Кожемякин К.Г., Насонов М.Ю., Пашков С.С., Писаревский Ю.В., Черпухина Г.Н. Рентгенотопографические исследования кварцевых резонаторов с «тройным» электродом // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 6. С. 675-680. https://doi.org/10.7868/S0320791916050087
- Mkrtchyan A.R., Blagov A.E., Kocharyan V.R., Kulikov A.G., Movsisyan A.E., Muradyan T.R., Targonsky A.V., Eliovich Ya.A., Darinski A.N., Pisarevski Yu.V., Kovalchuk M.V. Distribution of Deformations in the Oscillating X-Ray Acoustic Element Based on the X-Cut Quartz Crystal // J. Contemp. Phys. 2019. V. 54. № 2. P. 210–218. https://doi.org/10.3103/S1068337219020142
- Snegirev N., Lyubutin I., Kulikov A., Zolotov D., Vasiliev A., Lyubutina M., Yagupov S., Mogilenec Yu., Seleznyova K., Strugatsky M. Structural perfection of Fe1-xGaxBO3 single crystals designed for nuclear resonant synchrotron experiments // J. Alloys and Compounds. 2022. V. 889. P. 161702. https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2021.161702
- 18. Buzanov O.A., Kozlova N.S., Kozlova A.P., Zabelina E.V., Blagov A.E., Eliovich I.A., Kulikov A.G.,

Targonskiy A.V. Crystal growth and optical properties of Ca3TaGa3Si2O14 single crystals // Japan. J. Appl. Phys. 2018. V. 57. № 11S. P. 11UD08. https://doi.org/10.7567/JJAP.57.11UD08

- Kulikov A., Blagov A., Marchenkov N., Targonsky A., Eliovich Ya., Pisarevsky Yu., Kovalchuk M. LiNbO3-based bimorph piezoactuator for fast X-Ray experiments: Static and quasistatic modes // Sensors and Actuators A: Physical. 2019. V. 291. P. 68–74. https://doi.org/10.1016/j.sna.2019.03.041
- Marchenkov N., Kulikov A., Targonsky A., Eliovich Ya., Pisarevsky Yu., Seregin A., Blagov A., Kovalchuk M. LiNbO3-based bimorph piezoactuator for fast X-Ray experiments: Resonant mode // Sensors and Actuators A: Physical. 2019. V. 293. P. 48–55. https://doi.org/10.1016/j.sna.2019.04.028
- 21. Bechmann R. Elastic and Piezoelectric Constants of Alpha-Quartz // Phys. Rev. 1958. V. 110. № 5. P. 1060–1061. https://doi.org/10.1103/PhysRev.110.1060
- Lang A.R. Topography / International Tables for Crystallography. 2006. Vol. C. Ch. 2.7. P. 113–123. https://doi.org/10.1107/97809553602060000582
- 23. *Bowen D.K., Tanner B.K.* High Resolution X-Ray Diffractometry and Topography. London: Taylor & Francis, 1998. 252 p.
- 24. *Sykes R.A.* Modes of Motion in Quartz Crystals, the Effects of Coupling and Methods of Design // Bell System Technical Journal. 1944. V. 23. P. 52–96.
- 25. Резонаторы пьезоэлектрические кварцевые РК319 (ВП) аЦ0.338.105ТУ.

INVESTIGATION OF THE SPATIAL DISTRIBUTION OF DEFORMATIONS IN QUARTZ PIEZO ELEMENTS BY X-RAY TOPOGRAPHY

E.S. Ibragimov^{a, b}, F.S. Pilyak^{a, b}, A.G. Kulikov^{a, b, *}, N.V. Marchenkov^{a, b},
Y.V. Pisarevsky^{a, b}, Y.A. Pershin^a, A.A. Kaloyan^b, Y.A. Glazunova^c,
S.A. Demin^c, A.S. Yuzhalkin^c, S.S. Pashkov^c, G.N. Cherpukhina^c

^aShubnikov Institute of Crystallography FSRC "Crystallography and photonics" RAS, Russia, 119333 Moscow, Leninskiy pr-kt 59

^bNRC "Kurchatov Institute", Russia, 123182 Moscow, Pl. Akademika Kurchatova 1

^cJSC "Lit-Fonon", 107076 Moscow, Krasnobogatyrskaya str. 44, bld. 1

Using X-ray topography on laboratory and synchrotron X-ray sources, the distribution of deformations in the volume of two types of AT-cut quartz resonators of different sizes were obtained. From a comparison of X-ray data and the amplitude-frequency characteristics of the resonators, a correlation between the deformation patterns and the features of oscillatory processes for operating modes and their harmonics, as well as for parasitic modes, was established. A connection between oscillations in parasitic modes, which manifest themselves in the amplitude inhomogeneity, and the topology of the resonators is found. The applied significance of the obtained results for the development and optimization of new designs of piezoelectric elements and the development of their manufacturing technology is *noted*.

Keywords: quartz resonator, harmonics, crystal lattice strain distribution, ultrasonic loading, x-ray diffraction

———— АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА ———

УДК 542. 34

ГОЛОГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД ЛОКАЛИЗАЦИИ ШУМОВОГО ПОДВОДНОГО ИСТОЧНИКА В МЕЛКОМ МОРЕ

© 2024 г. М. Ю. Глущенко^{*a*, *}, В. М. Кузькин^{*a*, *b*, **, Ю. В. Матвиенко^{*a*, *c*, ***, С. А. Пересёлков^{*a*, *d*, ****, Ю. А. Хворостов^{*a*, *c*}, С. А. Ткаченко^{*d*}}}}

^аАкционерное общество "Концерн "Гранит", Гоголевский б-р. 31, Москва, 119019 Россия ^bИнститут общей физики РАН, ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия

^сИнститут проблем морских технологий ДО РАН, ул. Суханова 5а, Владивосток, 690091 Россия

^dВоронежский государственный университет, Университетская пл. 1, Воронеж, 394006 Россия

*e-mail: glushchenko.m@granit-concern.ru **e-mail: kumiov@yandex.ru ***e-mail: ymat@marine.febras.ru ****e-mail: pereselkov@yandex.ru Поступила в редакцию 28.01.2024 г. После доработки 22.03.2024 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

Приведены результаты высокочастотного эксперимента по обнаружению и определению пеленга малогабаритного шумового подводного источника звука, который проводился в мелководной акватории Черноморского побережья. Прием шумоизлучения источника осуществлялся тремя одиночными векторно-скалярными приемниками, расположенными на дне. С применением голографической обработки выполнены обнаружение и определение пеленга движущегося подводного источника на фоне интенсивного судоходства в акватории проведения эксперимента. Приведены оценки входного отношения сигнал/помеха.

Ключевые слова: векторно-скалярный приемник, шумовой источник, обнаружение, пеленгование, голограмма, интерферограмма, мелководная акватория, входное отношение сигнал/помеха

DOI: 10.31857/S0320791924030076 **EDN:** ZMEKAR

ВВЕДЕНИЕ

В океанической среде изменение расстояния между шумовым источником и приемником приводит к формированию устойчивой интерференционной картины (интерферограммы) в переменных частота-расстояние (время) [1-3]. Конфигурация локализованных полос определяется частотным диапазоном, параметрами волновода, скоростью и траекторией источника. Интерферограмма является математической моделью шумоизлучения источника и среды распространения звука, на основе которой возможны новые подходы к решению проблемы обнаружения и локализации источников по их шумовому полю.

С использованием понятия интерференционного (волноводного) инварианта [1] первые шаги в этом направлении предприняты в работах [4–9], где в отсутствие помехи рассмотрены частные решения задачи. С применением векторно-скалярных приемников (ВСП) помехоустойчивый голографический подход, позволяющий решать комплексную задачу обнаружения и локализации источников (разрешение, определение пеленга, радиальной скорости (проекции скорости в направлении на приемник), удаленности и глубины), предложен в [10–16].

Голографическая обработка основана на двумерном (в координатах частота—время) представлении принимаемого сигнала с последующим выполнением двумерного преобразования Фурье и накоплением полученных данных в определенных секторах углов. Накопление помехи не когерентно. На выходе интегрального преобразования (голограммы) сигнальная спектральная плотность сконцентрирована в узкой полосе в форме фокальных пятен, спектральная плотность помехи распределена по всей области. Такая обработка реализует высокую помехоустойчивость. Важное

свойство голограммы состоит также и в том, что она позволяет осуществлять независимые отображения различных источников, интерференционные полосы которых перекрываются по частоте и времени. По расположению спектральных плотностей голограммы и некоторым априорным данным о канале распространения решаются задачи разрешения, обнаружения, пеленгования, определения радиальной скорости и удаленности источников. За пределами области концентрации спектральной плотности источника голограмма очищается от помехи и выполняется обратное двумерное преобразование Фурье. По восстановленной интерферограмме регистрируется огибающая сигнала и через отношение амплитуд соседних мод оценивается глубина источника.

Если в области низких частот (несколько сот герц) теоретические и экспериментальные основы голографического метода локализации шумовых источников ясны [10–16], то малоисследованным остается вопрос о том, насколько успешно метод может применяться в высокочастотном (килогерцовом) диапазоне. В высокочастотном диапазоне метод локализации источника, непосредственно примыкающий к голографическому методу по основным идеям, впервые экспериментально рассмотрен в [17]. Использовалась частотно-временная обработка, согласованная с интерференционной картиной, формируемой движущимся источником.

В данной работе кратко рассмотрены теоретические положения голографического метода, использованные при обработке данных высокочастотного эксперимента. Эксперимент проводился в мелководной акватории Черноморского побережья на фоне интенсивного судоходства. Прием шумоизлучения источника осуществлялся тремя ВСП, расположенными на дне. Представлены результаты по обнаружению и пеленгованию малогабаритного шумового движущегося подводного источника. Приведены оценки входного отношения сигнал/помеха (с/п).

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

Голографическая обработка сигнала подводного шумового источника с применением ВСП строится следующим образом. За время наблюдения Δt в полосе Δf накапливаются J независимых временных шумовых реализаций звукового давления P(t) и горизонтальных компонент колебательных скоростей частиц жидкости $V_{x,y}(t)$ длительностью δt_1 и с временным интервалом δt_2 между ними

$$J = \Delta t / \left(\delta t_1 + \delta t_2\right). \tag{1}$$

Преобразованием Фурье восстанавливаются комплексные текущие спектры $P(f, t), V_{x,y}(f, t)$. Формируются интерферограммы квадрата модуля звукового давления

$$I(f, t) = P(f, t)P^{*}(f, t)$$
(2)

и горизонтальных составляющих потока мощности

$$X(f,t) = V_X(f,t)P^*(f,t) = \cos\phi R(f,t), \quad (3)$$

$$Y(f,t) = V_Y(f,t)P^*(f,t) = \sin\phi R(f,t), \quad (4)$$

где ϕ — угол (пеленг) в горизонтальной плоскости (x, y) между осью x ВСП и направлением на источник.

Применением к интерферограммам I(f, t), X(f, t), Y(f, t) двумерного преобразования Фурье вычисляются голограммы $F_I(\tau, \nu)$, $F_X(\tau, \nu)$, $F_Y(\tau, \nu)$. Например, применительно к интерферограмме X (3) интегральное преобразование имеет вид

$$F_{X}(\tau, \nu) = \int_{0}^{\Delta t} \int_{f_{1}}^{f_{2}} X(f, t) \exp\left[i2\pi(\nu t - f\tau)\right] df dt$$
(5)

Здесь v и т — частота и время голограммы; $f_{1,2} = f_0 \mp (\Delta f/2), f_0$ — средняя частота спектра. Голограммы $F_{\chi}(\tau, \nu)$ и $F_{\chi}(\tau, \nu)$, в силу соотношений (3), (4) различаются лишь постоянными множителями, определяемыми пеленгом, так что их нормированные зависимости при отсутствии помех идентичны. Спектральные плотности голограмм движущегося источника локализованы в двух узких полосах плоскости (τ , ν), зеркально перевернутых относительно начала координат, в виде отдельных фокальных пятен. Они расположены в первом и третьем квадрантах голограммы, если радиальная скорость источника w < 0, т.е. источник приближается к приемнику, и во втором и четвертом квадрантах (w > 0), когда источник удаляется от приемника. Фокальные пятна, расположенные в первом и четвертом квадрантах, являются действительным изображением источника, а во втором и третьем квадрантах — мнимым изображением. При неподвижном источнике фокальные пятна расположены на оси времени т. Конфигурация фокальных пятен описана в предположении положительного волноводного инварианта, имевшего место в эксперименте. При отрицательных значениях волноводного инварианта

голографическая обработка остается справедливой, при этом спектральные плотности источника отображаются симметрично относительно оси времени по отношению к случаю положительного значения волноводного инварианта.

Спектральная плотность шумоизлучения источника сосредоточена в полосе, ограниченной прямыми

$$v = \varepsilon \tau + \delta v, \ v = \varepsilon \tau - \delta v,$$
 (6)

где $\delta v = 1 / \Delta t$ — полуширина фокальных пятен в направлении оси v, ε — угловой коэффициент прямой, на которой расположены координаты пиков фокальных пятен. В направлении оси τ полуширина фокальных пятен $\delta \tau = 1 / \Delta f$. Вне этой полосы спектральная плотность практически подавлена. Угловые коэффициенты ε и интерференционных полос $\delta f / \delta t$ связаны соотношением

$$\varepsilon = -\frac{\delta f}{\delta t},\tag{7}$$

где δf — частотный сдвиг максимума волнового поля за время δt .

В качестве критерия обнаружения источника принимается условие, согласно которому максимум функции углового распределения спектральной плотности голограммы (функции обнаружения)

$$G_{I}(\chi) = \int_{0}^{\Delta \tau} \left| F_{I}(\tau, \chi \tau) \right| d\tau$$
(8)

в направлении $\chi = \varepsilon$ расположения пиков фокальных пятен сигнальной информации в два и более число раз превышает помеховый уровень в направлениях $\chi \neq \varepsilon$

$$G_{I}[\varepsilon] \geq 2G_{I}(\chi). \tag{9}$$

Здесь $\Delta \tau$ — линейный размер области концентрации по оси времени т; χ — варьируемое значение углового коэффициента при интегрировании вдоль прямых $v = \chi \tau$. За оценку є принимается положение максимального пика, $\max G_I(\chi) = G_I[\varepsilon]$, при выполнении неравенства (9). Информация о передаточной функции среды не требуется. При выполнении условия (9) оценки параметров источника (пеленг, радиальная скорость, удаленность, глубина) близки к реальным значениям [10–16]. Следует отметить, что функции $F_I(\tau, \chi \tau)$ и $G_I(\chi)$ в общем случае зависят от входного отношения с/п q_0 . Статистическая теория обнаружения сигнала

шумового источника на основе критерия Неймана-Пирсона изложена в [18].

После обнаружения источника проводится итерационная процедура оценки пеленга [12, 13]. На первом шаге определяется отношение максимумов функций обнаружения

$$\operatorname{tg}\phi(q_0) = \frac{G_Y(\varepsilon)}{G_X(\varepsilon)} \tag{10}$$

Определение направления на источник неоднозначно: значения пеленгов ϕ , $\phi + \pi$ равнозначны. Области голограмм $F_X(\tau, \nu)$, $F_Y(\tau, \nu)$, $F_R(\tau, \nu)$ за пределами зоны концентрации спектральной плотности очищаются от помехи и выполняются обратные двумерные преобразования Фурье по восстановлению двумерных интерферограмм X(f,t), Y(f,t), I(f,t).

Неоднозначность пеленга устраняется при рассмотрении в фиксированный момент времени t_* на частоте f_* отношений интерферограмм, очищенных от помехи

$$\gamma_{x} = \frac{X(f_{*}, t_{*})}{I(f_{*}, t_{*})} = \cos\phi \frac{R(f_{*}, t_{*})}{I(f_{*}, t_{*})},$$
(11)

$$\gamma_{y} = \frac{Y(f_{*}, t_{*})}{I(f_{*}, t_{*})} = \sin\phi \frac{R(f_{*}, t_{*})}{I(f_{*}, t_{*})}.$$
(12)

По определению множители $R(f_*,t_*)$ и $I(f_*,t_*)$ одного знака. Частота f_* должна удовлетворять условиям: $R(f_*,t_*) \neq 0$, $I(f_*,t_*) \neq 0$. Если: а) $\gamma_x > 0$, $\gamma_y > 0$, то источник расположен в І-ом квадранте ВСП; б) $\gamma_x < 0$, $\gamma_y > 0$ — во ІІ-м квадранте; в) $\gamma_x < 0$, $\gamma_y < 0$ — в ІІІ-м квадранте; г) $\gamma_x > 0$, $\gamma_y < 0$ — в ІV-м квадранте. Правило знаков на втором шаге итерации позволяет выбрать однозначное направление на источник, оцененное на первом шаге по отношению функций обнаружения. Для пеленгования источника знаний о гидрофизических характеристиках волновода, как и при обнаружении, не требуется.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперимент проводился в мелководной акватории Черноморского побережья глубиной H = 8 - 10 м, которая была удалена от района интенсивного судоходства на расстояние r = 1 - 2 км. Три ВСП (ВСП1-ВСП3) располагались на дне. В качестве подводного источника использовался малогабаритный автономный необитаемый подводный аппарат (АНПА), разработанный и изготовленный в ИПМТ ДВО РАН, спектральные характеристики шумоизлучения которого приведены в [19]. Скорость подводного аппарата v = 1.5 м/с, глубина погружения z = 4 м. В эксперименте были выполнены два пуска АНПА с разными траекториями движения. Для одного из пусков, рассматриваемого в работе, схема движения приведена на рис. 1. Характерные расстояния: C-BCП1 \approx 990 м, C-BCП2 \approx 740 м, С-ВСПЗ ≈ 810 м, ВСП1-ВСП2 ≈ 450 м; ВСП1-ВСП3 ≈ 440 м; ВСП2-ВСП3 ≈ 410 м; ВСП1-линия ВСП2-ВСП3 ≈ 390 м. Здесь С — точка старта. Прямой галс — начало 14:13, окончание 14:23:30; обратный галс — начало 14:24, окончание 14:31. Продолжительность эксперимента T = 17 мин.



Рис. 1. Схема движения АНПА (пунктир) относительно расположения ВСП, С — точка старта, Φ — точка финиша.

Шумовой сигнал всех трех ВСП по четырем каналам, включающим в себя скалярный канал звукового давления P и три канала компонент $V_{x,y,z}$ вектора колебательной скорости, обрабатывался в частотном диапазоне f = 0.81-7 кГц. В полосе частот $\Delta f = 0.9 \, \mathrm{k}\Gamma \mathrm{II}$ для каждой шумовой реализации сигнала выполнялась частотно-временная обработка с шагом по частоте $f_* = 1$ Гц. При спектральном анализе использовалось окно Хеннинга. Параметры обработки: $\Delta t = 60$ с, $\delta t_1 = 1.5$ с, $\delta t_2 = 0.5 \,\mathrm{c}, \ J = 30$. Цикл обработки (4), (8)–(11) повторялся для последующих временных интервалов той же длительности, но сдвинутых относительно предыдущего на фиксированный интервал времени $\delta T = 60$ с. За время эксперимента было сформировано $N = T / \Delta t = 17$ временных интервалов, позволявших отследить динамику поведения интерферограммы, голограммы, функции обнаружения и пеленга.

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ

По изменениям угла наклона интерференционных полос, конфигурации фокальных пятен на голограммах и пиков функции обнаружения в различные моменты времени можно проследить динамику движения АНПА относительно расположения ВСП. При приближении подводного аппарата к ВСП интерференционные полосы имеют отрицательные угловые коэффициенты, $\delta f / \delta t < 0$, действительные изображения источника расположены в первом квадранте голограммы, координаты пика функции обнаружения расположены в области положительных значений, $\varepsilon > 0$. При удалении подводного аппарата от ВСП угловые коэффициенты интерференционных полос положительные, $\delta f / \delta t > 0$, действительные изображения источника расположены в четвертом квадранте голограммы, координаты пика функции обнаружения расположены в области отрицательных значений, ε < 0. Если подводный аппарат неподвижен или его радиальная скорость равна нулю, w = 0, то координаты максимумов фокальных пятен голограммы расположены на оси времени τ и $\delta f / \delta t = \varepsilon = 0$. При развороте подводного аппарата в окрестности ВСП интерференционные полосы искривляются и меняют знак углового коэффициента.

В момент времени t_i входное отношение с/п $q_0(t_i)$ по экспериментальным данным голограммы и функции обнаружения оценивалось следующим образом. В предположении, что мощность помехи равномерно распределена в области голограммы, отношение максимума функции обнаружения к ее значению за пределами ширины пика определяет величину $\alpha(t_i) = q_{hol}(t_i) + 1$, где $q_{\text{hol}}(t_i)$ — отношение с/п на выходе голографической обработки, которое оценивается как $q_{\text{hol}}(t_i) = J_{\gamma}(t_i) q_0(t_i)$ [18]. Здесь γ — коэффициент концентрации, равный отношению площадей областей голограммы, на которых сконцентрированы спектральные плотности шумового сигнала и помехи. В результате приходим к оценке входного отношения с/п

$$q_0(t_i) = \frac{\alpha(t_i) - 1}{J\gamma(t_i)}.$$
(13)

В точке С входные отношения с/п q_0 для каналов звукового давления ВСП оцениваются как: $q_0 = -8.8 \text{ дБ}(\text{ВСП1}), q_0 = -10.9 \text{ дБ}(\text{ВСП2}), q_0 = -11.1 \text{ дБ}(\text{ВСП3}).$

С целью повышения контрастности и информативности на интерферограммах вырезаны средние значения. На голограммах вдоль осей времени



Рис. 2. Нормированные (а) — интерферограмма, (б) — модуль голограммы, (в) — функция обнаружения. Время 14:15. Начало эксперимента.

и частоты вырезаны узкие полосы спектральной плотности. Это выполнено для того, чтобы отфильтровать: а) фокальные пятна, отвечающие неподвижным источникам в районе интенсивного судоходства (ось времени) и б) спектральную плотность, обусловленную поверхностным волнением (ось частоты). Для некоторых моментов времени результаты обработки по каналу звукового давления ВСП1 приведены на рис. 2–8.

В начале эксперимента (рис. 2) интерференционная картина характеризуется слабо наблюдаемой системой горизонтальных и вертикальных полос, не позволяющей разрешить отдельные источники шумоизлучения. Однако на голограмме и функции обнаружения отчетливо регистрируются фокальные пятна и пики, отвечающие АНПА и судам в районе интенсивного судоходства, приближающихся и удаляющихся от ВСП1. При приближении АНПА к ВСП1 (рис. 3) наблюдается интерферограмма, сформированная подводным аппаратом. В тоже время на голограмме и функции обнаружения наблюдаются изображения подводного аппарата и судна, удаляющего от ВСП1. В области траверза при удалении подводного аппарата от ВСП1 (рис. 4) ширина спектра Δf не превышает частотный масштаб изменчивости интерференционной картины Λ , $\Delta f < \Lambda$, [14]. На голограмме и функции обнаружения прослеживаются



Рис. 3. Нормированные (а) — интерферограмма, (б) — модуль голограммы, (в) — функция обнаружения. Время 14:17. Приближение АНПА к ВСП1. Прямой галс.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024


Рис. 4. Нормированные (а) — интерферограмма, (б) — модуль голограммы, (в) — функция обнаружения. Время 14:21. Область траверза, удаление АНПА от ВСП1. Прямой галс.

изображения подводного аппарата и судна, приближающегося к ВСП1. С увеличением расстояния между подводным аппаратом и ВСП1 частотный масштаб изменчивости интерферограммы уменьшается [20], что облегчает наблюдение интерференционных полос. Если ширина полосы велика по сравнению с частотным масштабом интерференции, локализация полос становится резкой, наблюдаемость интерференционной картины возрастает. При развороте подводного аппарата (рис. 5) интерференционные полосы искривляются. В области действительных изображений подводного источника на голограмме в первом и в четвертом квадрантах регистрируются две локализованные области спектральной плотности различной интенсивности. Этим областям спектральной плотности отвечают два пика функции обнаружения, расположенные в области положительных значений (слабый пик) и в области отрицательных значений (сильный пик), которые соответствуют удалению и приближению подводного источника к ВСП1. В районе интенсивного судоходства суда не регистрируется. В области траверза при приближении подводного аппарата к ВСП1 (рис. 6) интерференционные полосы не различимы, на голограмме и функции



Рис. 5. Нормированные (а) — интерферограмма, (б) — модуль голограммы, (в) — функция обнаружения. Время 14:23. Разворот АНПА вокруг ВСП1.



Рис. 6. Нормированные (а) — интерферограмма, (б) — модуль голограммы, (в) — функция обнаружения. Время 14:26. Область траверза, приближение АНПА к ВСП1. Обратный галс.

обнаружения видны изображения АНПА и судна, удаляющегося от ВСП1. В конце эксперимента (рис. 7) на интерферограмме отчетливо проявляется локализация полос, формируемая подводным аппаратом. На голограмме и функции обнаружения наблюдаются интенсивные фокальное пятно и пик, отвечающие подводному аппарату и менее интенсивные фокальное пятно и пик функции обнаружения, отвечающие судну, приближающемуся к ВСП1.

Для скалярного канала ВСП1 на рис. 8 продемонстрирован эффект очищения голограммы от помехи и восстановления интерферограммы. До очищения локализованные полосы интерферограммы размыты (рис. 8а). Фильтрация спектральной плотности сигнала на голограмме проводилась в полосе, показанной пунктиром (рис. 8б). По сравнению с функцией обнаружения неочищенной голограммы координата пика не изменилась, однако помехоустойчивость обработки возросла (рис. 8в, 8е). Восстановленная интерферограмма, очищенная от помехи, приведена на рис. 8г. Очищенная интерференционная картина становится контрастней, полосы имеют равные



Рис. 7. Нормированные (а) — интерферограмма, (б) — модуль голограммы, (в) — функция обнаружения. Время 14:30. Удаление аппарата от ВСП1, обратный галс. Окончание эксперимента.

углы наклона. Максимальный частотный масштаб изменчивости оценивается как $\Lambda = 0.96$ кГц, что превышает ширину полосы $\Delta f = 0.9$ кГц.

На рис. 9 приведены временные нормированные функции обнаружения G(t) по каналам звукового давления ВСП1-ВСП3. Нормировка выполнена на максимальное значение функции обнаружения во время эксперимента. Максимальные уровни спектральной плотности приходятся на области траверза. В области траверза отношение с/п на входе ВСП оценивается как: а) ВСП1 — $q_0 = 9.2 \, \text{дБ}$ (прямой галс), $q_0 = 8.2 \, \text{дБ}$ (обратный галс); б) ВСП2 — $q_0 = -6.9 \, \text{дБ}$ (прямой галс), $q_0 = -1.9 \, \text{дБ}$ (обратный галс); в) ВСП3 — $q_0 = -8.1 \, \text{дБ}$ (прямой

галс), $q_0 = -5.1 \, \text{дБ}$ (обратный галс). Полученные оценки входного отношения с/п в области траверза при прямом и обратном галсах указывают на анизотропность и нестационарность помехи в акватории движения подводного аппарата, вызванной интенсивным судоходством в районе проведения эксперимента.

На рис. 10 приведены временные зависимости $\phi(t)$ пеленгов АНПА. Крупномасштабные скачки пеленга связаны с прохождением областей траверза при прямом и обратном галсах. Мелкомасштабные осцилляции пеленга обусловлены двумя факторами: а) наличием помехи; б) не прямолинейным движением подводного аппарата в горизонтальной плоскости (x, y).



Рис. 8. Нормированные (а, г) — интерферограммы, (б, д) — модули голограмм, (в, е) — функции обнаружения: (а, б, в) — до очищения от помехи, (г, д, е) — после очищения от помехи. Время 14:19. Приближение АНПА к ВСП1. Прямой галс.



Рис 9. Временная зависимость нормированной функции обнаружения G(t): (а) — ВСП1, (б) — ВСП2, (в) — ВСП3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С применением ВСП в мелководной акватории Черноморского побережья в высокочастотном диапазоне продемонстрирована работоспособность голографической обработки для обнаружения и пеленгования малогабаритного АНПА в условиях интенсивного судоходства. Результирующая интерферограмма, обусловленная наложением интерференционных картин, формируемых подводным аппаратом и судами в акватории эксперимента, не позволяла разрешать отдельные источники шумоизлучения. На голограмме спектральная плотность отдельных источников распределялась в форме фокальных пятен и одиночных пиков функции обнаружения. Это позволяло обнаруживать и пеленговать подводный аппарат на фоне надводных судов в условиях интенсивного судоходства. В моменты времени, когда судоходство отсутствовало, на голограмме и функции



Рис. 10. Временная зависимость пеленга $\phi(t)$: (a) — ВСП1, (б) — ВСП2, (в) — ВСП3.

обнаружения регистрировались лишь изображения подводного аппарата. Подводный аппарат обнаруживался и локализовался на всех дальностях, которые были заданы условиями проведения эксперимента.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-61-10024, https://rscf.ru/project/23-61-10024/. Численные расчеты интерферограммы звукового поля проведены С.А. Ткаченко при поддержке гранта Президента РФ МК-4846.2022.4.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Чупров С.Д.* Интерференционная структура звукового поля в слоистом океане / Акустика океана. Современное состояние. М.: Наука, 1982. С. 71–82.
- Орлов Е.Ф. Интерференционная структура широкополосного звука в океане / Проблемы акустики океана. М.: Наука, 1984. С. 85–93.

- Ocean acoustic interference phenomena and signal processing (San Francisco, CA, May 1–3, 2001; AIP Conf. Proc.), Ed. by Kuperman W.A. and D'Spain G.L. N.Y.: Melville, 2002.
- Thode A.M. Source ranging with minimal environmental information using a virtual receiver and waveguide invariant theory // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 108. № 4. P. 1582–1594.
- Rouseff D., Spindel R.C. Modeling the waveguide invariant as a distribution // AIP Conf. Proc. 2002. 621. P. 137–150.
- Quijanoa J.E., Zurk L.M., Rouseff D. Demonstration of the invariance principle for active sonar // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 123. № 3. P. 1329–1337.
- Tao H., Krolik J.L. Waveguide invariant focusing for broadband beam forming in an oceanic waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 123. № 3. P. 1338–1346.
- Cocrell K.L., Smidt H. Robust passive range estimation using the waveguide invariant // J. Acoust. Soc. Am. 2010. V. 127. № 5. P. 2780–2789.
- Rouseff D., Zurk L.M. Striation based beam forming for estimating the waveguide invariant with passive sonar // J. Acoust. Soc. Am. Express Lett. 2011. V. 130. № 2. P. 76–81.
- Кузнецов Г.Н., Кузькин В.М., Пересёлков С.А. Спектрограмма и локализация источника звука в мелком море // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 4. С. 406–418.
- Казначеев И.В., Кузнецов Г.Н., Кузькин В.М., Пересёлков С.А. Интерферометрический метод обнаружения движущегося источника звука векторно-скалярным приемником // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 1. С. 33–45.
- Kuz'kin V.M., Pereselkov S.A., Kuznetsov G.N., Kaznacheev I.V. Interferometric direction finding by a vector-scalar receiver // Phys. Wave Phenom. 2018. V. 26. № 1. P. 63–73.

- Kuznetsov G.A., Kuz'kin V.M., Lyakhov G.A., Pereselkov S.A., Prosovetskiy D.Yu. Direction finding of a noise sound source // Phys. Wave Phenom. 2019. V. 27. № 3. P. 237–241.
- Pereselkov S.A., Kuz'kin V.M. Interferometric processing of hydroacoustic signals for the purpose of source localization // J. Acoust. Soc. Am. 2022. V. 151. № 2. P. 666–676.
- Беседина Т.Н., Кузнецов Г.Н., Кузькин В.М., Пересёлков С.А. Определение глубины источника звука в мелком море на фоне интенсивного шума // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 6. С. 718–728.
- Kuz'kin V.M., Kuznetsov G.N., Pereselkov S.A., Grigor'ev V.A. Resolving power of the interferometric method of source localization // Phys. Wave Phenom. 2018. V. 26. № 2. P. 150–159.
- Пересёлков С.А., Кузькин В.М., Кузнецов Г.Н., Просовецкий Д.Ю., Ткаченко С.А. Интерференционный метод оценки координат движущегося шумового источника в мелком море с использованием высокочастотных сигналов // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 4. С. 437–445.
- Kuz'kin V.M., Lyakhov G.A., Pereselkov S.A., Matvienko Yu.V., Tkachenko S.A. Noise-source detection in an oceanic waveguide using interferometric processing // Phys. Wave Phenom. 2020. V. 28. № 1. P. 68-74.
- Хворостов Ю.А., Матвиенко Ю.В. Характеристики собственного шумоизлучения малогабаритного АНПА // Подводные исследования и робототехника. 2019. № 4 (30). С. 58-63.
- 20. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 264 с.

HOLOGRAPHIC METHOD OF UNDER-WATER NOISE SOURCE LOCALIZATION IN SHALLOW WATER

M. Yu. Glushchenko^{*a*}, *, V. M. Kuzkin^{*a*}, *b*, **, Yu. V. Matvienko^{*a*}, *c*, ***, S. A. Pereselkov^{*a*}, *d*, ****, Yu. A. Khvorostov^{*a*}, *c*, S. A. Tkachenko^{*d*}

^aJoint-stock company "Concern "Granit", Gogolevsky Blvd. 31, Moscow, 119019 Russia ^bInstitute of General Physics RAS, st. Vavilova 38, Moscow, 119991 Russia

^cInstitute for Problems of Marine Technologies SB RAS, st. Sukhanova 5a, Vladivostok, 690091 Russia

^dVoronezh State University, Universitetskaya sq. 1, Voronezh, 394006 Russia

*e-mail: glushchenko.m@granit-concern.ru

**e-mail: kumiov@yandex.ru

***e-mail: ymat@marine.febras.ru

****e-mail: pereselkov@yandex.ru

The results of a high-frequency experiment for the detection and direction estimation of underwater sound noisy source are presented. The experiment was conducted in the shallow waters of the Black Sea coast. The noise emission of the source was received by three vector-scalar receivers located on the bottom. By using holographic processing, the detection and direction estimation of a moving underwater source against the background of intense shipping in the experiment region were carried out. Estimates of the input signal-to-noise ratio are presented.

Keywords: vector-scalar receiver, noise source, detection, direction finding, hologram, interferogram, shallow water area, input signal-to-noise ratio

—— АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА —

УДК 534.34, 534.231. І

ИНВАРИАНТ ЧУПРОВА ДЛЯ ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ В МЕЛКОМ МОРЕ

© 2024 г. Г. Н. Кузнецов^{а, *}, А. Н. Степанов^{а, b}

^аИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия ^bСамарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Московское шоссе 34, Самара, 443086 Россия

> *e-mail: skbmortex@mail.ru Поступила в редакцию 30.10.2023 г. После доработки 30.10.2023 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

В плоскопараллельном волноводе Пекериса выполнено расчетно-теоретическое исследование свойств известного волноводного инварианта С.Д. Чупрова (ИЧ). В отличие от более ранних работ, в которых в качестве источника использовались преимущественно ненаправленные (монопольные) источники, и изучались поля звукового давления (скалярные поля), в данной работе исследуются не только скалярные, но и векторные поля, образованные в волноводе направленными — комбинированными мультипольными источниками, обладающими направленностью как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскостях. Получено дифференциальное уравнение, позволяющее достаточно точно рассчитать значения ИЧ при различных условиях распространения сигналов и различных глубинах расположения источников и приемников. Это позволяет более простым, чем «полное компьютерное моделирование», способом прогнозировать инвариантность (устойчивость) ИЧ при вариации как гидрофизических условий в волноводе, так и геометрии эксперимента. Показано, что направленность источников в горизонтальной плоскости практически не влияет на свойства ИЧ, а направленность в вертикальной плоскости приводит к смещению веерной структуры полей амплитуд сигналов, но слабо влияет на значения ИЧ. Аналогичным образом изменяются свойства веерной структуры при использовании вертикальных проекций вектора колебательной скорости — несмотря на то, что для расчета ИЧ используется другое, отличное от скалярных полей аналитическое соотношение, значение ИЧ близко к (+1) на всех частотах и расстояниях, кроме тех, на которых возникают новые моды или же дислокации. На этих частотах и в этих зонах возникают знакопеременные выбросы с различными знаками и величинами. Делается вывод, что устойчивость ИЧ позволяет применять алгоритмы обработки сигналов, разработанные для скалярных полей и ненаправленных источников, к векторно-скалярным полям, сформированным, в том числе с использованием направленных источников.

Ключевые слова: волновод Пекериса, волноводный инвариант Чупрова, векторно-скалярные поля, мультипольные источники, устойчивость ИЧ к направленным свойствам источников и к векторной структуре поля сигналов

DOI: 10.31857/S0320791924030087 **EDN:** ZMAIZD

1. ВВЕДЕНИЕ

В акустике мелкого моря находит широкое применение интерференционный или иначе волноводный — инвариант С.Д. Чупрова [1]. С его помощью решают различные задачи гидроакустики, в том числе задачи обнаружения, дальнометрии, навигации и некоторые другие. Главным достоинством методов, основанных на применении интерференционного инварианта Чупрова (ИЧ), считают отсутствие необходимости использовать достаточно сложную волновую модель передаточной функции волновода, построенную с учетом достоверной информации о глубине волновода, характеристиках грунта, анализе и учете пространственно-временной изменчивости вертикального распределения скорости звука в водном слое и т.д. В упрощенном варианте для решения отдельных задач акустики мелкого моря с использованием ИЧ достаточно информации об угловой структуре интерферограмм распределениях гребней (интерференционных максимумов) амплитуды звукового давления (ЗД)

2. ОПИСАНИЕ ЛИНИЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ГРЕБНЕЙ В ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫХ ПОЛЯХ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ 2.1. Уравнение для описания линий

2.1. Уравнение для описания линий интерференционных гребней скалярных полей монопольного излучателя

Известно [1, 21], что для любых волноводов и монохроматических ненаправленных точечных излучателей для достаточно больших расстояний, когда функции Ханкеля можно заменить их асимптотическими представлениями, выражение для звукового давления *Р* может быть представлено в виде модового разложения:

$$P(\omega, r, t, z_0, z) = |P(\omega, r, t, z_0, z)| e^{i\varphi(\omega, r, t, z_0, z)} =$$

$$= \sum_{l=1}^{N} p_l(\omega, r, t, z_0, z) e^{i\varphi_l(\omega, r, t, z_0, z)},$$
(1)

где $|P(\omega, r, t, z_0, z)|$ и $\phi(\omega, r, t, z_0, z)$ — амплитуда и фаза давления источника, зависящие от круговой частоты ω , горизонтального расстояния *r*, времени *t*, а также глубин источника z_0 и приемника *z*, *N* — количество мод, p_l — коэффициент возбуждения и ϕ_l — фаза *l*-й моды. Будем считать аргументами рассматриваемых функций частоту ω и расстояние *r*, а время *t* и глубины z_0 и *z* — параметрами, и в дальнейшем изложении опускать параметры в обозначениях функций.

Выражение для звукового давления монополя (1) можно записать в более удобном для дальнейшего анализа виде:

$$P(\omega, r) = \operatorname{Re} P + i \operatorname{Im} P =$$
$$= A \frac{\omega}{\sqrt{kr}} \left(\sum_{l=1}^{N} p_l \cos \varphi_l(\omega, r) + i \sum_{l=1}^{N} p_l \sin \varphi_l(\omega, r) \right),$$

где $A = \rho_0 \sqrt{8\pi} \exp(-i\pi/4)/h$, $\phi_l(r,\omega) = k_l r - \omega t = \omega r/c_l - \omega t$ — фазовая функция, k_l — горизонтальная проекция волнового вектора и $c_l = \omega/k_l$ — фазовая скорость *l*-й нормальной волны. В [14, 8, 20] показано, что фазовую функцию в уравнении (2) можно рассматривать для t = 0, поскольку зависимость $\phi_l(\omega, r)$ от параметра t фактически представляет собой происходящий во времени плоскопараллельный перенос линий

ственных работ, использующих ИЧ, можно отметить [1-8], среди зарубежных — [9-12]. В этих работах не только исследуются свойства инварианта, но и решаются практические задачи — повышается отношение сигнал/помеха, анализируется устойчивость амплитудно-фазовой структуры звуковых полей, оцениваются расстояние до источника и радиальная проекция скорости движения источника и т.д. Но перечисленные задачи — теоретически или экспериментально — решаются применительно к монопольным источникам, хотя известно, что шумовые поля реальных объектов обладают направленностью как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскости [13, 14]. Кроме того, как показано в работах [14–16], векторно-скалярные поля обладают заметно большей информативностью. Например, с использованием совместной информации о структуре ЗД и проекций вектора колебательной скорости (ВКС) появляется возможность независимо принимать и обрабатывать сигналы, одновременно пришедшие с противоположных направлений [17, 18]. Как следствие, буксируемые векторно-скалярные антенны разделяют сигналы, принятые с левого или правого борта, а протяженные стационарные донные антенны могут обнаруживать и пеленговать сигналы, одновременно принятые спереди и сзади. Скалярные антенны такими качествами не обладают. В связи с этим изучение свойств ИЧ и вариантов его применения для векторно-скалярных полей представляется актуальной задачей. Не меньшую актуальность и практическую значимость имеет и задача проверки устойчивости (инвариантности) ИЧ при использовании направленных в горизонтальной или вертикальной плоскости источников, например, мультиполей [13, 14, 19].

на плоскости «расстояние-частота». Среди отече-

Заметим, что ИЧ характеризует распределение интенсивности звукового поля на плоскости «частота расстояние» или иными словами — распределение звуковой энергии на этой плоскости. Поэтому ИЧ в отличие от «фазового инвариант» иногда называют «энергетическим инвариантом» [8, 20].

Ниже исследуются свойства ИЧ (энергетического инварианта) при использовании монопольных, дипольных и комбинированных мультипольных источников, возбуждающих в волноводе поля не только звукового давления, но и ортогональных проекций ВКС. равных фаз и, следовательно, структуры фазового поля в целом вдоль оси расстояний.

Уравнение для построения линий, определяющих в волноводе Пекериса изменчивость зон локализации интерференционных максимумов амплитуд ЗД, является уравнением, описывающим свойства линий гребня в пространстве частота-расстояние. Будем исходить из того, что амплитуда давления вдоль линии гребня может не оставаться постоянной, но вдоль этого направления она изменяется в наименьшей степени. Следовательно, будем считать, что в любой точке на линии гребня производная от модуля амплитуды $|P(\omega, r)|$ по направлению **n**, касательному к линии гребня в рассматриваемой точке, принимает минимальное значение при переборе по всем возможным направлениям, которые можно задать с помощью полярного угла α на плоскости (ω , *r*):

$$\frac{\partial |P(\omega,r)|}{\partial \mathbf{n}} = \min_{0 \le \alpha \le 2\pi} \left(\frac{\partial |P(\omega,r)|}{\partial \omega} \cos \alpha_{\omega} + \frac{\partial |P(\omega,r)|}{\partial r} \cos \alpha_{r} \right),$$
(2)

где $\cos \alpha_{\omega}$ и $\cos \alpha_{r}$ — направляющие косинусы прямой линии с полярным углом α .

Уравнение (2) упрощается, если в первом приближении считать, что минимальное значение производной от модуля амплитуды давления по направлению может быть равно нулю. Тогда, приравнивая к нулю полный дифференциал модуля давления $d|P(\omega,r)| = 0$, получим приближенное уравнение линии гребней в виде:

$$\frac{dr}{d\omega} = -\frac{\frac{\partial |P|}{\partial \omega}}{\frac{\partial |P|}{\partial r}} = -\frac{\operatorname{Re} P \frac{\partial \operatorname{Re} P}{\partial \omega} + \operatorname{Im} P \frac{\partial \operatorname{Im} P}{\partial \omega}}{\operatorname{Re} P \frac{\partial \operatorname{Re} P}{\partial r} + \operatorname{Im} P \frac{\partial \operatorname{Im} P}{\partial r}}.$$
 (3)

Для получения частных производных из (3), вновь будем предполагать выполненными упомянутые выше условия применимости соотношения (1). Кроме того, будем рассматривать частотную область, в пределах которой изменение количества нормальных волн N не велико и/или вкладом от такого изменения можно пренебречь. Непосредственный анализ, а также численные расчеты показывают, что коэффициенты p_l разложения (1) слабо зависят от частоты и расстояния, так что производными от p_l по рассматриваемым аргументам можно пренебречь по сравнению с остальными слагаемыми. В результате после упрощений приведем (3) к виду:

$$\frac{dr}{d\omega} = \beta \frac{r}{\omega}, \qquad (4)$$

где

$$\beta = 2 \frac{\sum_{l=1}^{N} p_l \left(q_l - r \omega g_l \frac{\partial k_l}{\partial \omega} \right)}{\sum_{l=1}^{N} p_l \left(q_l + 2r g_l k_l \right)},$$
$$q_l = \sum_{m=1}^{N} p_m \cos(\varphi_l - \varphi_m), \ g_l = \sum_{m=1}^{N} p_m \sin(\varphi_l - \varphi_m).$$

Для нахождения производной $\partial k_l / \partial \omega$ воспользуемся дисперсионным уравнением ctgx = $i\sqrt{x^2 - (khv)^2} / \tilde{m}x$ волновода Пекериса, где $\tilde{m} = \rho / \rho_0$ — отношение плотностей воды ρ_0 и подстилающего полупространства ρ , $v^2 = 1 - \tilde{n}^2$, $\tilde{n} = n_0(1 + i\tilde{\beta})$, $n_0 = c_0 / c$ — отношение скоростей звука в волноводе c_0 и в грунте c, $\tilde{\beta}$ — коэффициент поглощения границы; h — глубина волновода. Так как корни x_l этого уравнения связаны с горизонтальными волновыми числами нормальных волн соотношениями $k_l = \sqrt{k^2 - (x_l / h)^2}$, получаем искомое выражение

$$\frac{\partial k_l}{\partial \omega} = \frac{1}{k_l} \left(\frac{k}{c} - \frac{x_l}{h^2} \frac{\partial x_l}{\partial \omega} \right),$$

для применения которого требуется еще найти производную $\partial x_i / \partial \omega$ от корней дисперсионного уравнения x_i . С этой целью перепишем дисперсионное уравнение в виде неявной функции $F(x, \omega) = \tilde{m}x \operatorname{ctg} x + \sqrt{(kh\nu)^2 - x^2} = 0$ и найдем необходимую производную:

$$\frac{\partial x_l}{\partial \omega} = \frac{F'_x}{F'_\omega} = \frac{(kh\nu)^2 \sin^3 x_l}{\omega x_l (\tilde{m}^2 \cos^2 x_l \sin x_l - \tilde{m} x_l \cos x_l + \sin^3 x_l)}.$$
 (5)

Полученные соотношения (4)–(5) позволяют для монопольного источника рассчитать на плоскости «частота-расстояние» положение линий гребней (зон интерференционных максимумов) ЗД и дать для ЗД прогнозное описание изменчивости линий гребней. В результате получим и сможем исследовать свойства ИЧ для скалярных полей, образованных в волноводе Пекериса монопольными источниками.

2.2. Уравнение линий интерференционных гребней векторно-скалярных полей, созданных мультипольными источниками.

Для расширения описанного подхода на векторно-скалярные поля монополя и различных мультипольных источников воспользуемся приведенными в [14, 22] выражениями для ЗД и компонент ВКС точечного мультипольного источника в волноводе Пекериса:

$$P = i\omega\rho_0 \sum_{n=0}^{L} \sum_{m=-n}^{n} C_{nm} \sum_{l=1}^{N} A_{nml} H_m^{(1)}(k_l r) e^{im\phi},$$

$$V_r(r, z, \phi) = \sum_{n=0}^{L} \sum_{m=-n}^{n} C_{nm} \sum_{l=1}^{N} A_{nml} k_l \left(m H_m^{(1)}(k_l r) / (k_l r) - H_{m+1}^{(1)}(k_l r) \right),$$

$$V_z = \sum_{n=0}^{L} \sum_{m=-n}^{n} C_{nm} \sum_{l=1}^{N} A'_{nml} H_m^{(1)}(k_l r) e^{im\phi},$$
(6)

которые при необходимости могут быть легко приведены к виду (1). В (6) обозначено: L — порядок мультипольности источника, C_{nm} — его мультипольные моменты, $H_m^{(1)}$ — функция Ханкеля порядка m,

$$A_{nml} = -\frac{2\pi\mu_{nm}x_{l}\sin\alpha_{l0}\sin\alpha_{l}P_{n}^{|m|}(x_{l} / kh)}{kh(\sin^{2}x_{l}tgx_{l} / \tilde{m}^{2} + \sin x_{l}\cos x_{l} - x_{l})} \approx \frac{2\pi}{kh}\mu_{nm}\sin\alpha_{l0}\sin\alpha_{l}P_{n}^{|m|}(x_{l} / kh),$$
$$A_{nml}' = \frac{ix_{l}\operatorname{ctg}\alpha_{l}}{h}A_{nml}, \quad \mu_{nm} = \begin{cases} 1, \chi_{nm} = +1\\ i, \chi_{nm} = -1 \end{cases},$$

где $\chi_{nm} = (-1)^{n+|m|}$, $\alpha_{l0} = \pi (1 - \chi_{nm}) / 4 + x_l z_0 / h$, $\alpha_l = x_l z / h$, $P_n^{|m|}$ — присоединенные полиномы Лежандра. Воспользуемся далее асимптотическим приближением для функций Ханкеля

$$H_m^{(1)}(k_l r) = \sqrt{\frac{2}{\pi k_l r}} \exp(ik_l r + i\pi m / 2 - i\pi / 4),$$

в подкоренном выражении которого на принятом уровне приближения можно положить $k_l \approx k$. Введем обозначение $\gamma_{nm} = m\varphi + \pi m / 2 + \arg \mu_{nm}$ и перепишем (6) в виде соотношений, аналогичных (1):

$$P = i\omega\rho_{0}e^{-i\pi/4}\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\sum_{l=1}^{N}\exp(ik_{l}r)\sum_{n=0}^{L}\sum_{m=-n}^{n}C_{nm}A_{nml}e^{im\varphi+i\pi m/2} = \sum_{l=1}^{N}p_{l}\exp(ik_{l}r+i\arg D_{l}),$$

$$V_{r} = e^{-i\pi/4}\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\sum_{l=1}^{N}\exp(ik_{l}r)\sum_{n=0}^{L}\sum_{m=-n}^{n}C_{nm}A_{nml}e^{im\varphi+i\pi m/2} = \sum_{l=1}^{N}V_{r;l}\exp(ik_{l}r+i\arg D_{l;r}),$$

$$V_{z} = e^{-i\pi/4}\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\sum_{l=1}^{N}\exp(ik_{l}r)\sum_{n=0}^{L}\sum_{m=-n}^{n}C_{nm}A_{nml}e^{im\varphi+i\pi m/2} = \sum_{l=1}^{N}V_{z;l}\exp(ik_{l}r+i\arg D_{l;z}),$$
(7)

где

82

$$p_{l} = \sin \alpha_{l} | D_{l} |, V_{r,l} = k_{l} \sin \alpha_{l} | D_{l;r} |, V_{l;z} = x_{l} tg \alpha_{l} | D_{l;z} |,$$

$$D_{l} = c_{0} \rho_{0} \frac{2\pi}{h} \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \sum_{n=0}^{L} \sum_{m=-n}^{n} C_{nm} \sin \alpha_{l0} P_{n}^{|m|} \left(\frac{x_{l}}{kh}\right) \exp(i\gamma_{nm} + i\pi/4),$$

$$D_{l;r} = \frac{2\pi}{kh} \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \left(1 + \frac{m^{2}}{(kr)^{2}}\right) \sum_{n=0}^{L} \sum_{m=-n}^{n} C_{nm} \sin \alpha_{l0} P_{n}^{|m|} (x_{l}/kh) \exp(i\gamma_{nm} + i\arg g_{m} - i\pi/4),$$

$$D_{l;z} = \frac{2\pi}{kh^{2}} \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \sum_{n=0}^{L} \sum_{m=-n}^{n} C_{nm} \sin \alpha_{l0} P_{n}^{|m|} (x_{l}/kh) \exp(i\gamma_{nm} + i\pi/4),$$

$$\gamma_{nm} = m\varphi + \pi m/2 + \arg \mu_{nm}, g_{m} \approx \frac{m}{kr} - i = \sqrt{1 + \frac{m^{2}}{(kr)^{2}}} \exp(i\arg g_{m}).$$
(8)

Если выполнить для выражений (6)–(8), определяющих зависимости от расстояния и частоты компонент вектора колебательной скорости V_r и V_z , преобразования, аналогичные (3)–(4), то получим выражение для инварианта, описывающего положение гребней для проекций ВКС

$$\beta_{V} = 2 \frac{-r\omega \sum_{l=1}^{N} p_{l}g_{l} \frac{\partial k_{l}}{\partial \omega}}{\sum_{l=1}^{N} p_{l} (q_{l} + 2rg_{l}k_{l})}.$$
(9)

Видно, что соотношение (9) входит в дифференциальное уравнение (4) в ином виде, чем «классический» ИЧ. Причина — компоненты ВКС в отличие от выражения для ЗД напрямую не зависят от частоты. Но дальше путем численного моделирования показано, что волноводный инвариант ИЧ для проекций вектора колебательной скорости имеет положительные значения (+1), как и для скалярного поля. При этом наклоны гребней на плоскости «расстояние частота», определяемые значением характерных для скалярных и векторных полей инвариантов, близки по направлениям (наклону), но зоны интерференционных максимумов — гребней — смещены по координатам.

3. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ИНВАРИАНТОВ В ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫХ ПОЛЯХ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

3.1. Поверхности амплитуд и контурные графики интегральных фаз.

Для иллюстрации применимости полученных соотношений выполнен вычислительный эксперимент, в котором анализировались векторно-скалярные поля мультипольных излучателей в волноводе Пекериса со следующими характеристиками: скорость звука в воде $c_0 = 1500 \text{ м/с},$ толщина волновода h = 200 м, отношение плотностей воды и грунта 1.7, отношение скоростей звука в воде и в грунте 0.88, коэффициент поглощения границы 0.01. Расчеты произведены для мелкого моря и двух глубин размещения источников — приповерхностного и погруженного (подводного) — точечный мультипольный источник находился на глубинах $z_0 = 7$ м или 100 м, а прием осуществлялся в придонной области на глубине z = 199 м. Поле анализировалось в пространственно-частотной области с диапазоном расстояний от 1200 до 4000 м с шагом 1 м и в диапазоне частот от 100 до 200 Ги с шагом 1 Ги.

На рис. 1 представлены поверхности амплитуды и фазы ЗД для монополя, вертикального

Моно-	<i>х-</i>	<i>z-</i>	у-	хх-уу-	хд-	<i>zz-</i>	уд-	ух-
поль	диполь	диполь	диполь	квадруполь	квадруполь	квадруполь	квадруполь	квадруполь
(1;1)	(1;1)	(1;20)	(0;0)	(1;0)	(10;20)	(5;0)	(20;10)	(0;0)

Таблица. Значения мультипольных моментов комбинированного излучателя

диполя и комбинированного мультипольного источника с произвольно выбранным набором комплексных мультипольных моментов C_{nm} (см. таблицу).

Сравнение зон интерференционных максимумов обсуждаемых поверхностей показывает некоторые различия пространственных распределений полей от мультиполей различных типов как по рельефу интерференционных поверхностей, так и по максимальным значениям амплитуды. Видны расщепления отдельных гребней, вызванные появлением новых нормальных волн при увеличении частоты. Вместе с тем, несмотря на разницу в направленности источников, в рельефах всех интерференционных поверхностей отчетливо просматривается характерная веерная структура. Причем наклоны гребней различаются незначительно, поскольку они определяются не типом источников, а частотными зависимостями разностей волновых чисел и их производных, т.е. свойствами волновода. Отметим, что такая структура в пространственно-частотной области характерна для любых мультиполей и для полей любых проекций вектора колебательной скорости.

Видно также, что при увеличении расстояния и повышении частоты наблюдаются более заметные отклонения от регулярной веерной структуры и различия интерференционных структур для звуковых давлений от источников разного типа. В то же время структуры фазовых поверхностей практически не зависят от направленности источников: линии равных фаз для различных



Рис. 1. (а)–(в) — Поверхности амплитуд и (г)–(е) — контурные графики поверхностей фаз давления в частотно-пространственной области для (а, г) — монополя, (б, д) — вертикального диполя и (в, е) — комбинированного мультипольного источника. Глубина источников 7 м.

мультиполей имеют примерно одинаковые наклоны. Некоторое различие наблюдается только для вертикально ориентированных источников. Например, интегральная фаза давления от монополя на расстояниях от излучателя 1200—4000 м изменяется от 400 до 3230 радиан, а у вертикального диполя — от 419 до 3260 радиан. Близкие результаты наблюдаются и для комбинированного мультиполя с вертикальными квадруполями — от 419 до 3280 радиан. Различия не велики.

Следует дополнительно отметить, что на фазовых поверхностях имеются дислокации, формирующиеся в зонах глубоких интерференционных минимумов. Знакопеременные локальные скачки фазы (индивидуальные дефекты) особенно велики у вертикального диполя. При этих же условиях на поверхностях амплитуд ЗД наблюдаются расщепления и изломы линий гребней. Причина возбуждение при повышении частоты сигналов с модами иных — более высоких номеров.

На рис. 2 представлены контурные графики интерференционных поверхностей ЗД (рис. 2а), горизонтальной (рис. 2б) и вертикальной (рис. 2в) компонент ВКС монопольного излучателя, совмещенные с рассчитанными по формулам (4)-(7) примерами линий гребня. Видно, что результаты расчетов с использованием дифференциального уравнения для гребней практически совпадают с данными численного анализа полной интерференционной поверхности. Причем веерные структуры полей ЗД и горизонтальной составляющей ВКС почти совпадают — в отличие от структуры вертикальной проекции ВКС, имеющей близкий по отношению к осям наклон кривых, но смещенный относительно линии гребня для ЗД. Причина — совпадение модового состава сигналов в

первом случае и различие — во втором (источники с вертикальной ориентацией более эффективно возбуждают моды высоких номеров).

На рис. 3 в более крупном масштабе представлены контурные графики поверхностей амплитуд ЗД (рис. 3а) и вертикальной проекции колебательной скорости вертикального диполя (рис. 3б), на которых, как и на рис. 2, показаны по одной линии гребня, которые рассчитаны по формулам (4)–(7). Увеличение масштаба позволяет заметить вертикальные границы, образование которых объясняется возникновением при повышении частоты новой (очередной) нормальной волны. Видно также, что при увеличении частоты звука и изменении модового состава сигнала происходит деформация и разрывы веерной структуры и смещение локальных зон интерференционных максимумов (линий гребней).

Дополнительно отметим, что веерная структура полей амплитуд ЗД и вертикальных проекций ВКС вертикального диполя различается — линии гребней почти параллельны, но смещены, т.е. проявляется различие веерных структур для мультиполей различного типа. Значения ИЧ для этих условий достаточно близки (см. рис. 7 и 8).

3.2. Зависимости ИЧ от частоты, типа мультиполя и глубины источника

Ниже на рис. 4—11 приведены сечения веерной структуры в пространственно-частотной области для полей ЗД и проекций ВКС для различных типов мультиполей, рассчитанные для различных частот и при разных глубинах расположения излучателей.



Рис. 2. Контурные графики (а) — поверхностей и линии гребней ЗД, (б) — горизонтальной и (в) — вертикальной компонент вектора колебательной скорости, возбуждаемых монополем.



Рис. 3. Контурные графики (а) — поверхностей амплитуды давления и (б) — вертикальной проекции колебательной скорости вертикального диполя.

На рис. 4 показаны линии гребней для поверхностей ЗД и компонент ВКС различных мультиполей, установленных на разных глубинах. Здесь и далее показано, что структура (сечение) поверхности вертикальной компоненты всегда отличается от практически совпадающих структур звукового давления и горизонтальной компоненты BKC.



Рис. 4. Линии гребней *1* — амплитуд ЗД, *2* — горизонтальной и *3* — вертикальной проекций (а) — ВКС монополя, (б) — вертикального диполя, расположенных на глубине 7 м, а также комбинированного мульгиполя, расположенного на глубинах (в) — 7 м или (г) — 100 м.



Рис. 5. Линии фактических (1, 3) и теоретических (4, 6) гребней давления (1, 4) и вертикальной компоненты ВКС (3, 6) монополя, расположенного на глубине 7 м.



Рис. 6. Линии фактических (1, 2) и теоретических (4, 5) гребней давления (1, 4) и горизонтальной компоненты (2, 5) вертикального диполя, расположенного на глубине 7 м.

На рис. 5 и 6 также видно, что линии фактических и теоретических гребней, рассчитанные при одних и тех же исходных данных для монополя и вертикального диполя численно или с использованием полученного дифференциального уравнения, достаточно близки, а для ЗД монополя и горизонтального диполя — практически совпадают.

На рис. 7—8 сравниваются результаты теоретических расчетов ИЧ, найденных в результате решения полученных в статье дифференциальных уравнений, с фактическими линиями гребней, полученными для тех же начальных условий при расчете всей интерференционной поверхности. Видно, что дифференциальные уравнения достаточно точно предсказывают не только значения ИЧ, но даже места расположения зон дислокаций. Однако в зонах дислокаций, как для монополя, так и для вертикального диполя и других мультиполей наблюдаются скачки амплитуды и фазы, поэтому величины и знаки ИЧ непредсказуемы.

Отсюда следует рекомендация: применять, особенно на низких частотах, более простой метод расчета веерной структуры звукового давления и значений ИЧ, основанный на использовании дифференциального уравнения (4), а не путем расчета всей частотно-пространственной интерференционной поверхности — это требует гораздо меньшего объема вычислений.

Видно также (рис. 8), что значения ИЧ вдоль фактической (рис. 8а) и теоретической (рис. 8б) линий гребней для комбинированного мультиполя, находящегося на глубине 100 м, вне зон дислокаций также практически совпадают. Это дополнительно подтверждает возможность использования полученного дифференциального уравнения для прогноза веерной структуры поля



Рис. 7. Зависимости ИЧ от частоты для (а) — фактической линии гребня ЗД поля монополя и (б) — вертикального диполя, находящихся на глубине 7 м. Кривые 1 и 2 соответствуют ЗД и горизонтальной проекции ВКС, кривая *3* — вертикальной проекции.



Рис. 8. Зависимости ИЧ от частоты вдоль (а) — фактической и (б) — теоретической линий гребней для комбинированного мультиполя, находящегося на глубине 100 м. Обозначения те же, что и на рис. 7.



Рис. 9. *1* — Амплитуды полей ЗД, *2* — горизонтальной и *3* — вертикальной проекций (а) — ВКС монополя и (б) — комбинированного мультиполя на линиях гребней.



Рис. 10. *1* — Значения фазы полей давления, *2* — горизонтальной и *3* — вертикальной компонент (а) — ВКС монополя и (б) — комбинированного мультиполя на гребнях.

ЗД или проекций ВКС, а также для вычисления значений ИЧ.

Видно (рис. 9), что спадание амплитуд при увеличении частоты и уменьшение амплитуды вертикальной проекции по сравнению с ЗД согласуется с [14], где это предсказывалось.

Интегральные фазы ЗД и ортогональных проекций ВКС возрастают (рис. 10) с увеличением частоты по совпадающим, практически, линейным зависимостям, но со смещениями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Характеристики веерной пространственно-частотной структуры поля монополя, образованной в волноводе Пекериса проекциями ВКС, качественно подобны аналогичным зависимостям для скалярных полей — полей звукового давления, рассчитанным при идентичных гидрофизических условиях и одинаковых глубинах установки источников и приемников и глубинах волновода. Некоторые отличия наблюдаются для вертикальных проекций ВКС, которые формируются со значительным вкладом энергии мод высоких номеров. Это позволяет использовать для обработки сигналов, принятых векторно-скалярными антеннами, оптимальные алгоритмы, разработанные для скалярных полей и антенн. Как следствие, в случае применения векторно-скалярных приемников и антенн можно ожидать увеличения помехоустойчивости обнаружения, однозначности и точности пеленгования.

Веерные пространственно-частотные структуры как скалярных, так и векторных полей, возбужденных в волноводе Пекериса направленными источниками, слабо зависят от направленности источников и определяются преимущественно свойствами волновода и глубинами расположения источников и приемников. Тем не менее, некоторые отличия наблюдаются — для источников с вертикальной ориентацией диполей и квадруполей зоны каждого гребня и веерная структура целиком смещены относительно аналогичных структур для звукового давления или горизонтальных проекций вектора колебательной скорости — при практически совпадающих углах наклона (соответственно, и значений ИЧ) на плоскости частота-расстояние. Это позволяет использовать алгоритмы, разработанные для обнаружения и пеленгования ненаправленных источников, для обработки сигналов от реальных крупномасштабных излучателей, обладающих направленностью звукового поля как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскости.

Полученные и исследованные в статье дифференциальные уравнения дают достаточно точное описание линий сформированных гребней и свойств инварианта Чупрова, даже в зонах вблизи дислокаций. Это позволяет: во-первых, выполнить расчет ИЧ для различных заданных характеристик волновода и геометрии эксперимента; во-вторых, можно исследовать и прогнозировать устойчивость (инвариантность) или неустойчивость (соответственно, неинвариантность) этой характеристики поля. Ранее использовали значения ИЧ, полученные либо экспериментально, либо расчетным путем на основе компьютерного моделирования [1–10]. Использование обсуждаемого дифференциального уравнения упрощает расчет и прогнозирование веерной структуры и значений ИЧ.

Для всех мультиполей, как для скалярных, так и для векторных полей структура фазовых поверхностей существенно устойчивее и практически не изменяется в отличие от поверхностей, характеризующих на плоскости расстояние—частота распределения зон интерференционных максимумов звукового давления и проекций ВКС.

Модовая структура в волноводе существенно зависит от характеристик грунта, вертикального распределения скорости звука и глубин расположения источников и приемников. Как следствие, при изменении свойств волновода наблюдается смешение зон интерференционных максимумов. образованных при когерентном суммировании нормальных волн и формирующих гребни — и в целом веерную структуру поля на плоскости расстояние частота. При изменении расстояния сигналы на фиксированных частотах также формируют зоны интерференционных минимумов (дислокации), отличающиеся нестабильностью амплитуды и знакопеременными скачками фазы. При вариации частоты возникают «новые» или исчезают «старые» моды, что приводит к заметной трансформации — искажению веерной структуры поля интенсивности в этих зонах. Очевидно, что на эти «тонкие эффекты» могут оказать существенное влияние дестабилизирующие факторы, в частности гидродинамические возмущения, всегда присутствующие в морской среде [23].

Аналитические соотношения для вычисления ИЧ применительно к скалярным или векторным полям различаются, но значения ИЧ и, соответственно, наклоны гребней оказались практически одинаковыми, причем независимо от направленности источника и частоты излучения.

Полученные результаты могут представлять интерес и использоваться как при обработке экспериментальных данных, так и при компьютерном моделировании свойств ИЧ и алгоритмов обработки полей в звуковых волноводах.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы «Акустика мелкого моря, нелинейная акустическая диагностика, нелинейная динамика волн» (номер гос. регистрации АААА-А18-118021390174-1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Чупров С.Д.* Акустика океана: современное состояние. М.: Наука, 1982. С. 71–91.
- 2. *Орлов Е.Ф., Шаронов Г.А.* Интерференция звуковых волн в океане. Владивосток: Дальнаука, 1998. С. 8–26.

- 3. *Грачев Г.А.* К теории инвариантов акустического поля в слоистых волноводах // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 1. С. 67–71.
- 4. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 369 с.
- Aksenov S.P., Kuznetsov G.N. Determination of interference invariants in a deep-water waveguide by amplitude and phase methods // Phys. Wave Phenom. 2021. V. 29. № 1. P. 81–87.
- 6. *Кузнецов Г.Н., Кузькин В.М., Пересёлков С.А.* Спектрограмма и локализация источника звука в мелком море // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 4. С. 406-418.
- Kuznetsov G.N., Kuz'kin V.M., Pereselkov S.A., Kaznacheev I.V., and Grigor'ev V.A. Interferometric Method for Estimating the Velocity of a Noise Sound Source and the Distance to It in Shallow Water Using a Vector-Scalar Receiver // Phys. Wave Phenom. 2017. V. 25. № 4. P. 299–306. https://doi.org/10.3103/S1541308X17040100
- Kuznetsov G.N., Stepanov A.N. Interference and Phase Invariants of Sound Fields // Phys. Wave Phenom. 2021. V. 29. № 3. P. 285–292.
- D'Spain G., Kuperman W. Application of waveguide invariants to analysis of spectrograms from shallow water environments that vary in range and azimuth // J. Acoust. Soc. Am. 1999. V. 106. № 5. P. 2454–2468.
- 10. *Kevin L., Cockrell K., Schmidt H.* Robust passive range estimation using the waveguide invariant // J. Acoust. Soc. Am. 2010. V. 127. № 5. P. 2780.
- 11. *Zhao Z., Wu J., Shang E.* How the thermocline affects the value of the waveguide invariant in a shallow-water waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. № 1. P. 223.
- Song H., Cho C. The relation between the wave guide invariant and array invariant // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. № 2. P. 899.
- 13. *Урик Р.Дж.* Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978. 445 с.
- 14. *Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н.* Векторно-скалярные поля мультипольных гидроакустических источников, эквивалентных шумоизлучению морских объектов. М.: Буки-Веди, 2022. 304 с.
- 15. Гордиенко В.А., Ильичев В.И., Захаров Л.Н. Векторно-фазовые методы в акустике. М.: Наука, 1989. 223 с.
- Гордиенко В.А. Векторно-фазовые методы в акустике. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 480 с.
- 17. Аверьянов А.В., Глебова Г.М., Кузнецов Г.Н. Экспериментальное исследование характеристик

Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 5. С. 681-694.

- 18. Белова Н.И., Кузнецов Г.Н. Сравнение однонаправленного приема сигналов в волноводе с использованием линейных векторно-скалярных и комбинированных антенн // Акуст. журн. 2013. T. 59. № 2. C. 255–267.
- 19. Кузнецов Г.Н. Проблемы оценки приведенной шумности движушихся объектов в мелком море // Всероссийской научно-технической Труды конференции «Метрология гидроакустических измерений» (25-27 сентября, Менделеево). Менделеево: ФГУП "ВНИИФТРИ", 2013. Т. 1. C. 57-74.
- направленности векторно-скалярной антенны // 20. Aksenov S.P., Kuznetsov G.N. Determination of Interference Invariants in a Deep-Water Waveguide by Amplitude and Phase Methods // Phys. Wave Phenom. V. 29. P. 81-87. https://doi.org/10.3103/ S1541308X21010015
 - 21. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
 - 22. Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н. Приближенные аналитические представления законов спадания векторно-скалярных полей мультипольных источников в волноводе Пекериса // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 6. С. 623-636.
 - 23. Кузькин В.М., Переселков С.А. Интерферометрическая диагностика гидродинамических возмушений мелкого моря. М.: Ленанд. 2019. 200 с.

CHUPROV INVARIANT FOR VECTOR-SCALAR FIELDS OF MULTIPOLE SOURCES IN A SHALLOW SEA

G. N. Kuznetsov^{*a*, *}, A. N. Stepanov^{*a*, *b*}

^aInstitute of General Physics named after. A.M. Prokhorov RAS, st. Vavilova 38, Moscow, 119991 Russia

^bSamara National Research University named after academician S.P. Koroleva. Moskovskoe highway 34, Samara, 443086 Russia

*e-mail·skhmortex@mail ru

A computational and theoretical study of the properties of the well-known waveguide invariant S.D. Chuprova (IC) was carried out in a plane-parallel Pekeris waveguide. Unlike earlier works, in which predominantly non-directional (monopole) sources were used as a source, and sound pressure fields (scalar fields) were studied, in this work not only scalar, but also vector fields formed in the waveguide by directional - combined multipole sources with directivity in both horizontal and vertical planes. A differential equation has been obtained that makes it possible to fairly accurately calculate the IC values under different conditions of signal propagation and different depths of sources and receivers. This makes it possible, in a simpler way than "full computer modeling," to predict the invariance (stability) of the IC when varying both the hydrophysical conditions in the waveguide and the geometry of the experiment. It is shown that the directionality of sources in the horizontal plane has virtually no effect on the properties of the IC, and the directionality in the vertical plane leads to a shift in the fan structure of the signal amplitude fields, but has little effect on the IC values. The properties of the fan structure change in a similar way when using vertical projections of the oscillatory velocity vector - despite the fact that another analytical relation, different from scalar fields, is used to calculate the IC, the IC value is close to (+1) at all frequencies and distances, except those at which new modes or dislocations arise. At these frequencies and in these zones, alternating emissions with different signs and magnitudes occur. It is concluded that the stability of IC allows the application of signal processing algorithms developed for scalar fields and non-directional sources to vector-scalar fields generated, including using directional sources.

Keywords: Pekeris waveguide, Chuprov waveguide invariant, vector-scalar fields, multipole sources, stability of IC to the directional properties of sources and to the vector structure of the signal field

——— АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА ——

УДК 681.883.77

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ ПРИ ПОИСКЕ МАЛОШУМНОГО ПОДВОДНОГО АППАРАТА В УСЛОВИЯХ ИНТЕНСИВНОГО СУДОХОДСТВА

© 2024 г. А. И. Машошин^{а, *}, В. С. Мельканович^а

^аАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", ул. Малая Посадская 30, Санкт-Петербург, 197046 Россия

*e-mail: aimashoshin@mail.ru Поступила в редакцию 20.04.2023 г. После доработки 14.02.2024 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

Описана методика и приводятся результаты модельной количественной оценки эффективности решения задачи обнаружения и отслеживания малошумного подводного объекта с применением трех алгоритмов пространственной обработки сигналов на выходе многоэлементной антенны — неадаптивного алгоритма Бартлетта, алгоритма Кейпона, а также алгоритма Кейпона, совмещенного с проекционной процедурой ограничения мощности сигналов сильных локальных источников.

Ключевые слова: гидроакустика, многоэлементная антенна, пространственная обработка, адаптивные алгоритмы, ортогональный проектор, моделирование

DOI: 10.31857/S0320791924030098 EDN: ZLYEMI

введение

Одним из направлений развития гидроакустики является повышение помехоустойчивости и разрешающей способности режимов шумопеленгования гидроакустических комплексов за счет применения адаптивных алгоритмов пространственной обработки сигналов на выходе многоэлементных антенн. Разработке таких алгоритмов на протяжении последних 50–70 лет посвящено большое число публикаций, например, [1–12]. В работах [13–17] приведены обзоры адаптивных алгоритмов. Многие из известных адаптивных алгоритмов используются на практике.

В отличие от неадаптивного алгоритма (алгоритма Бартлетта), заключающегося в компенсации многоэлементной антенны в заданном направлении без учета поля помех, адаптивные алгоритмы базируются на использовании выборочных оценок спектральных корреляционных матриц, содержащих информацию о направлении прихода и спектральном составе полезного сигнала и помех, что позволяет подавить помехи, тем самым улучшая условия наблюдения полезного сигнала.

Все адаптивные алгоритмы пространственной обработки можно условно разделить на две группы. К первой группе принадлежат так называемые «классические» (по терминологии автора работы [16]) адаптивные алгоритмы (Андерсена, Джонсона, Кейпона, Шмидта, Борджотти—Лагунаса и др.), появившиеся во второй половине прошлого столетия. Однако их практическая реализация выявила ряд существенных недостатков, к которым в частности относятся:

- классические алгоритмы базируются на гипотезе полной когерентности сигналов, не учитывая наличие рассеянной компоненты, ввиду чего их реальная помехоустойчивость при обнаружении слабых сигналов уступает теоретической;
- реализация классических алгоритмов базируется на операциях с корреляционными матрицами большой размерности, что выдвигает высокие требования к производительности и объему оперативной памяти вычислителя.
- необходимое время накопления корреляционных матриц входных сигналов, являющихся основой реализации адаптивных алгоритмов, линейно зависит от их размерности и, как правило, существенно превышает интервалы пространственно-временной стационарности сигналов и помех, что приводит к расширению пространственного спектра помех и, как

следствие, к снижению помехоустойчивости обнаружения слабых сигналов, представляющих наибольший интерес.

Устранение перечисленных недостатков явилось главной мотивацией разработки нового поколения адаптивных алгоритмов [18–23], которые их авторами названы быстрыми проекционными. В основу этих алгоритмов положена гипотеза (которая впоследствии нашла экспериментальное подтверждение) о возможности повышения помехоустойчивости адаптивных алгоритмов за счет использования пространственно-частотной когерентности искажений акустического поля, порожденных рассеянием сильных сигналов. При этом было показано, что интервалы временной когерентности рассеянных сигналов составляют доли секунд, откуда следовало, что для подавления мощных локальных помех адаптивные алгоритмы должны базироваться на выборках предельно малого размера. Это, в свою очередь, позволяет распространить область применения адаптивных процедур на подавление импульсных помех применительно как к пассивным, так и к активным режимам работы гидроакустической аппаратуры.

Важной особенностью быстрых проекционных алгоритмов является также включение в них процедуры контролируемого ослабления (ограничения мощности) сильных сигналов. Процедура ограничения мощности обеспечивает выравнивание в пеленгационных рельефах уровней откликов сигналов локальных источников (ЛИ), что создает предпочтительные условия для обнаружения слабых сигналов.

Несмотря на значительное количество работ, посвященных адаптивным алгоритмам пространственной обработки, с трудом можно найти работы, в которых была бы приведена количественная оценка эффективности этих алгоритмов. Как правило, авторы демонстрируют эффект на нескольких (зачастую на одном) конкретных примерах. Поскольку адаптивные алгоритмы требуют более высоких характеристик реализующих их вычислительных средств, при их внедрении в гидроакустическую аппаратуру возникает вопрос о том, какой количественный показатель качества работы аппаратуры повысится при их внедрении, в каких условиях и на какую величину. Работа, результаты которой представлены в предлагаемой статье, преследует цель частично восполнить этот пробел и предложить вариант методики количественной оценки эффективности различных алгоритмов пространственной обработки при обнаружении

слабо шумящих источников в условиях надводного судоходства различной плотности.

Работа выполнялась путем сравнительного моделирования в однотипных условиях трех алгоритмов пространственной обработки — неадаптивного алгоритма Бартлетта и адаптивного алгоритма Кейпона в классической версии и в версии предварительного применения процедуры контролируемого ограничения мощности сильных сигналов.

В качестве показателей эффективности при моделировании вычислялись средние значения:

- дистанции обнаружения подводного объекта (ПО);
- времени наблюдения ПО с момента его обнаружения до момента окончательной потери с ним акустического контакта.

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИРУЕМЫХ АЛГОРИТМОВ

Как отмечено выше, для сравнения были выбраны 3 алгоритма:

- неадаптивный алгоритм Бартлетта как база для сопоставления и одновременно как один из обязательных алгоритмов пространственной обработки в режимах шумопеленгования всех гидроакустических комплексов [15, 16];
- алгоритм Кейпона, реализуемый в пространстве сформированных пространственных каналов, являющийся практически стандартом классических адаптивных алгоритмов для многоэлементных антенных решеток [3, 7, 9, 14];
- алгоритм Кейпона с контролируемым ограничением выходной мощности сигналов сильных ЛИ, относящийся к быстрым проекционным алгоритмам [23].

Алгоритм Кейпона обладает свойством сверхразрешения, т.е. его применение обеспечивает сужение отметок сильных ЛИ в пеленгационном рельефе. Причем сужение отметки проявляется тем сильнее, чем больше отношение уровня ЛИ к уровню распределенной помехи (будем называть его отношением сигнал/шум — ОСШ). На практике для проявления эффекта сужения необходимо, чтобы ОСШ на выходе линейной части приемного тракта составляло не менее 0дБ [16]. Для сигналов меньшего уровня отклики алгоритма Кейпона и неадаптивного алгоритма практически одинаковы. Вместе с тем, даже при максимальном сужении отметки сильных ЛИ ее ширина на уровне распределенной помехи составляет 2–3 ширины характеристики направленности антенной решетки, что препятствует обнаружению близко расположенных к ЛИ слабых сигналов. Алгоритм Кейпона с контролируемым ограничением выходной мощности сигналов сильных ЛИ призван устранить этот недостаток.

Приводимые ниже выражения заимствованы из [16, 23].

Выходом пространственной обработки, реализуемой в режиме шумопеленгования на каждом временном интервале обработки входных сигналов, является так называемый пеленгационный рельеф, определяемый в виде

$$PR(\alpha_g, \psi_v) = \int_{f_1}^{f_2} H(f) S_{\text{out}}(f, \alpha_g, \psi_v, F) df, \quad (1)$$

где $PR(\alpha_g, \psi_v)$ — уровень сигнала на индикаторе режима шумопеленгования при компенсации антенны по курсовому углу (пеленгу) α_g и углу места ψ_v ; f_1, f_2 — нижняя и верхняя граничные частоты рабочего диапазона частот; H(f) — частотный фильтр, в частности фильтр Эккарта, максимизирующий ОСШ при приеме широкополосного сигнала [16]; $S_{out}(f, \alpha_g, \psi_v)$ — энергетический спектр смеси сигналов ЛИ и распределенной помехи в направлении (α_g, ψ_v), полученный в результате пространственной обработки.

На начальном этапе пространственной обработки выполняется формирование в секторе обзора веера неадаптивных пространственных каналов (ПК) согласно алгоритму Бартлетта с угловым шагом, равным или меньшим ширины характеристики направленности антенны.

На следующем этапе — этапе реализации адаптивных алгоритмов по выходу сформированных ПК — в окрестности каждого из «осветляемых» направлений (α_g, ψ_v) выбирается нечетное количество N сформированных ПК, ближайших к осветляемому каналу и симметрично расположенных относительно него. Будем называть выбранные каналы базовыми ПК для канала, сформированного в направлении (α_g, ψ_v). Значения комплексных спектральных отсчетов по выходу этих каналов на K смежных интервалах спектрального анализа составляют обучающую выборку адаптивной процедуры.

Оценка спектральной корреляционной матрицы (КМ) $\mathbf{R}(f, \alpha_g, \psi_v)$ размерности $N \times N$ смеси сигналов ЛИ и распределенной помехи для базовых ПК, соответствующих направлению наблюдения (α_{g}, ψ_{v}), вычисляется как

$$\mathbf{R}(f,\alpha_g,\boldsymbol{\Psi}_v) = \mathbf{G}(f,\alpha_g,\boldsymbol{\Psi}_v)\mathbf{G}^*(f,\alpha_g,\boldsymbol{\Psi}_v), \quad (2)$$

где $G(f, \alpha_g, \psi_v)$ — вектор-столбец размерности *N* комплексных спектров смеси сигналов ЛИ и распределенной помехи, вычисленных на одном из *K* циклов спектрального анализа на выходе базовых для направления (α_g, ψ_v) ПК. Горизонтальная черта в правой части (2) символизирует осреднение по *K* циклам спектрального анализа, * — знак эрмитова сопряжения.

В случае алгоритма Бартлетта энергетический спектр смеси сигналов ЛИ и распределенной помехи $S_{out}(f, \alpha_g, \psi_v)$ равен центральному элементу КМ **R** (f, α_g, ψ_v) .

Большинство адаптивных алгоритмов пространственной обработки имеют идентичную структуру, определяемую в виде

$$S_{\text{out}}(f,\alpha_g,\psi_v) = \mathbf{V}^*(f,\alpha_g,\psi_v)\mathbf{R}(f)\mathbf{V}(f,\alpha_g,\psi_v), (3)$$

где $V(f, \alpha_g, \psi_v)$ — управляющий вектор-столбец размерности N, называемый также вектором адаптивных весовых коэффициентов, обеспечивает формирование соответствующего адаптивного приемного канала в направлении (α_g, ψ_v) .

Адаптивные алгоритмы могут различаться правилом конструирования векторов $V(f, \alpha_g, \psi_v)$, количеством используемых приемных каналов, а также количеством накоплений при оценке КМ $\mathbf{R}(f, \alpha_g, \psi_v)$ и вариантами возможной ее модификации.

Для классического алгоритма Кейпона [3, 15, 16]:

$$\mathbf{V}_{K}(f,\boldsymbol{\alpha}_{g},\boldsymbol{\psi}_{v}) =$$

$$= \frac{\mathbf{R}^{-1}(f,\boldsymbol{\alpha}_{g},\boldsymbol{\psi}_{v})\mathbf{D}(f,\boldsymbol{\alpha}_{g},\boldsymbol{\psi}_{v})}{\mathbf{D}^{*}(f,\boldsymbol{\alpha}_{g},\boldsymbol{\psi}_{v})\mathbf{R}^{-1}(f,\boldsymbol{\alpha}_{g},\boldsymbol{\psi}_{v})\mathbf{D}(f,\boldsymbol{\alpha}_{g},\boldsymbol{\psi}_{v})},$$
(4)

 $\mathbf{R}^{-1}(f, \alpha_g, \psi_v)$ — матрица, обратная матрице $\mathbf{R}(f, \alpha_g, \psi_v)$, $\mathbf{D}(f, \alpha_g, \psi_v)$ — вектор-столбец размерности N откликов базовых ПК на сигнал, поступающий с направления (α_g, ψ_v). Количество накоплений корреляционной матрицы $\mathbf{R}(f, \alpha_g, \psi_v)$ при реализации классического алгоритма Кейпона должно не менее чем в 4 раза превышать количество базовых каналов *N*.

Подстановка (4) в (3) дает для классического алгоритма Кейпона:

$$S_{\text{out/K}}(f, \alpha_g, \psi_v) =$$

$$= \left[\mathbf{D}^T(f, \alpha_g, \psi_v) \mathbf{R}^{-1}(f, \alpha_g, \psi_v) \mathbf{D}(f, \alpha_g, \psi_v) \right]^{-1}.$$
(5)

Основная идея быстрых проекционных алгоритмов, предложенных в [17-23], состоит в ограничении влияния на пеленгационный рельеф сигналов сильных ЛИ. Это достигается путем контролируемого уменьшения их уровней в КМ **R** $(f, \alpha_{\alpha}, \psi_{\nu})$. При этом учитывается, что для получения всей необходимой информации об амплитудно-фазовом распределении сигналов сильных ЛИ достаточно вычислить КМ с количеством накоплений кардинально меньшим, чем при реализации классического алгоритма Кейпона. К тому же, как показали исследования [22], при малом количестве накоплений (суммарной длительностью не более десятых долей секунды) сохраняется когерентность рассеянной компоненты сигналов сильных ЛИ, что позволяет частично подавить ее, и тем самым повысить помехоустойчивость приемного тракта.

Дополнительным преимуществом применения адаптивного ограничения выходной мощности сигналов сильных локальных источников в сочетании с алгоритмом Кейпона, реализованным по выходу ПК, является повышенная устойчивость к воздействию сигналов сильных ЛИ, поступающих по лучам, отличающимся от направления формирования адаптивного канала по углу места. Для подавления таких помех с использованием только алгоритма Кейпона необходимо применение базовых каналов, развитых не только по горизонтали, но и по углу места, что приводит к кратному увеличению их числа, следовательно, объема обучающей выборки N, что, в свою очередь, ведет не только к взрывному росту вычислительных затрат, но и к росту рассеянной компоненты из-за утраты возможности адаптироваться к нестационарностям волновых фронтов. В то же время ограничение мощности помех обеспечивает подавление их бокового поля не только по азимуту, но и по углу места, что дает возможность ограничиться при реализации алгоритма Кейпона использованием лишь базовых каналов, совпадающих по углу места с направлением наблюдения $\Psi_{,.}$

Процесс формирования модифицированной КМ **R** ' (f, α_g, ψ_v) с ограниченным уровнем сильных ЛИ выглядит следующим образом:

- определяется количество накоплений *K* КМ $\mathbf{R}(f, \alpha_g, \psi_v)$, как учетверенное значение числа базовых каналов (4*N*);
- совокупность *K* реализаций накопления KM **R**(*f*, α_g, ψ_ν) разбивается на блоки из *K*₁ реализаций, равных удвоенному количеству ожидаемого числа наиболее энергонесущих лучей сильных ЛИ в зоне обзора станции шумопеленгования;
- для каждого блока из K₁ реализаций формируется KM **R**₁(f, α_g, ψ_ν) путем выполнения следующих операций:

а) вычисляются собственные числа λ_m и соответствующие им собственные векторы \mathbf{U}_m КМ $\mathbf{R}_1(f, \alpha_g, \Psi_v)$ (M – количество собственных чисел и собственных векторов);

б) из вычисленных собственных чисел $\lambda_{\rm m}$ выбираются M_I старших собственных чисел, величины которых превышают значение порога, задаваемого относительно среднего уровня ненулевых младших собственных чисел;

в) КМ $\mathbf{R}_1(f, \alpha_g, \psi_v)$ корректируется путем уменьшения выбранных M_1 старших собственных чисел λ_m до значения $\mu\lambda'$, где λ' – среднее значение ненулевых младших собственных чисел КМ, μ – экспериментально подбираемый параметр, управляющий уровнем подавления помех. Учитывая, что КМ $\mathbf{R}_1(f, \alpha_g, \psi_v)$ может быть представлена в виде [16]

$$\mathbf{R}_{1}(f,\boldsymbol{\alpha}_{g},\boldsymbol{\psi}_{v}) = \sum_{n=1}^{N} \lambda_{n}(f) \mathbf{U}_{n}(f) \mathbf{U}_{n}^{*T}(f), \quad (6)$$

процедура преобразования КМ $\mathbf{R}_1(f, \alpha_g, \psi_v)$ в КМ $\mathbf{R}'_1(f, \alpha_g, \psi_v)$, в которой старшие собственные числа уменьшены до уровня $\mu\lambda'$, выглядит следующим образом:

$$\mathbf{R}'_{1}(f, \alpha_{g}, \Psi_{v}) = \mathbf{R}_{1}(f, \alpha_{g}, \Psi_{v}) - \sum_{m=1}^{M_{1}} [\lambda_{m}(f) - \mu \lambda'(f)] \mathbf{U}_{n}(f) \mathbf{U}_{n}^{T}(f);$$
(7)

г) осуществляется суммирование матриц $\mathbf{R}'_1(f, \alpha_g, \psi_v)$, сформированных по каждому блоку накоплений. Результатом суммирования является матрица $\mathbf{R}'_1(f, \alpha_g, \psi_v)$.

В результате пеленгационный рельеф при применении алгоритма Кейпона с контролируемым ограничением мощности сильных ЛИ вычисляется по формулам (1) и (5) при подстановке в формулу (5) КМ $\mathbf{R}_{1}^{-1}(f, \alpha_{g}, \Psi_{v})$ вместо КМ $\mathbf{R}^{-1}(f, \alpha_{g}, \Psi_{v})$:

$$S_{\text{out/K}}(f, \alpha_g, \psi_v) =$$

$$= \left[\mathbf{D}^T(f, \alpha_g, \psi_v) \mathbf{R}^{-1}(f, \alpha_g, \psi_v) \mathbf{D}(f, \alpha_g, \psi_v) \right]^{-1}.$$
(8)

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Эффективность алгоритмов оценивалась путем имитационного моделирования следующей ситуации. В районе моря с известными гидроакустическими условиями неподвижно установлена станция шумопеленгования с цилиндрической многоэлементной антенной. В районе имеет место надводное судоходство с варьируемой при моделировании плотностью. Решается задача обнаружения малошумного ПО, пересекающего зону обзора станции шумопеленгования.

В качестве показателей эффективности при моделировании приняты зависимости от плотности надводного судоходства средние значения:

- дистанции обнаружения ПО;
- суммарного времени наблюдения ПО с момента его обнаружения до момента окончательной потери с ним акустического контакта.

Моделирование состоит из циклов. Циклом является однократное преодоление ПО зоны обзора станции шумопеленгования. Количество судов в районе определяется в соответствии с заданной плотностью судоходства. Начальные полярные координаты (пеленга и дистанции) относительно станции шумопеленгования, параметры движения и приведенная шумность судов определяются случайным образом в соответствии с их заданными статистическими характеристиками. На протяжении цикла все моделируемые объекты движутся с постоянными курсами и скоростями.

На протяжении каждого цикла с заданной периодичностью по времени моделируется обнаружение ПО станцией шумопеленгования с запоминанием моментов времени обнаружения и потери контакта. При этом одновременно моделируется работа нескольких алгоритмов пространственной обработки. По результатам каждого цикла определяются дистанция обнаружения ПО и суммарное

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

время его наблюдения, соответствующие каждому моделируемому алгоритму.

Моделирование циклов для одной плотности надводного судоходства повторяется 100 раз. По результатам всех циклов определяются средние значения времени обнаружения и суммарного времени наблюдения ПО, соответствующие каждому моделируемому алгоритму.

Описанное моделирование повторяется для разных значений плотности надводного судоходства в интервале от 10⁻⁴ до 10⁻² судов/км².

ОПИСАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для сокращения времени счета все алгоритмы пространственной обработки моделировались на уровне вычисления математических ожиданий оценок КМ в версии по выходу сформированных пространственных каналов [7, 9].

Алгоритм моделирования выглядел следующим образом.

1. Формировались исходные данные для моделирования, которые включали:

- характеристики гидроакустических условий в районе;
- характеристики станции шумопеленгования;
- начальные координаты и параметры движения ПО, обеспечивающие его проход через зону обзора станции шумопеленгования;
- математические ожидания и среднеквадратические отклонения скорости и шумности надводных кораблей;
- шаг моделирования по времени;
- количество циклов моделирования для одной плотности надводного судоходства.

2. Организовывался перебор плотностей судоходства в диапазоне от 10⁻⁴ до 10⁻² км⁻²:

3. Случайным образом определялись: количество судов, соответствующих заданной плотности судоходства, начальные координаты, параметры движения и шумности каждого моделируемого судна.

4. Организовывался перебор с заданным шагом моментов времени, на которых осуществлялось моделирование работы алгоритмов пространственной обработки.

5. На каждый момент времени:

 а) вычислялись полярные координаты (дистанция и пеленг) каждого моделируемого объекта относительно станции шумопеленгования; б) рассчитывалась лучевая структура сигнала каждого моделируемого объекта на входе приемной антенны станции шумопеленгования;

в) организовывался перебор заданных вертикальных ярусов характеристик направленности антенны (V – номер текущего яруса);

г) для текущего v-го яруса организовывался перебор ПК горизонтального веера характеристик направленности антенны (g — номер текущего ПК по горизонтали);

д) в каждом из ярусов v по отдельности для каждого текущего g -го ПК:

- определялись номера 7 базовых каналов, расположенных по горизонтали с шагом по пеленгу, равным ширине характеристики направленности антенны на верхней частоте рабочего диапазона частот, ориентированных симметрично относительно направления α_g;
- вычислялась КМ **R**(*f*, α_g, ψ_ν) смеси сигналов ЛИ и распределенной помехи на выходе 7 сформированных ПК горизонтального веера:

$$\mathbf{R}(f, \alpha_g, \Psi_v) = \sum_{b=1}^{B} \mathbf{R}_{s/b}(f, \alpha_g, \Psi_v) + \mathbf{R}_n(f),$$
(9)

где *В* – количество сигналов ЛИ;

 $\mathbf{R}_{s/b}(f, \alpha_g, \psi_v)$ – КМ сигнала *b* -го ЛИ, вычисляемая по формуле:

$$\mathbf{R}_{s/b}(f, \alpha_g, \psi_v) = \sum_{i=1}^{N_{\text{may/m}}} S_{s/b,i}(f) \mathbf{W}_{s/b,i}(f) \mathbf{W}_{s/b,i}^*(f), \quad (10)$$

 $N_{ray/b}$ – количество сигнальных лучей b-го ЛИ; $S_{s/b,i}(f)$ – энергетический спектр i-го луча сигнала b-го ЛИ на выходе линейной части приемного тракта; $\mathbf{W}_{s/b,i}(f)$ – вектор-столбец размерности N откликов Nбазовых ПК на сигнал b-го ЛИ, p-й элемент которого вычисляется по формуле:

$$W_{s/b,i,p}(f) = d(\alpha_{b,i}, \psi_{b,i}, \alpha_{p}, \psi_{v}), \quad p = 1 - N,$$
 (11)

 $d(\alpha_{b}, \psi_{b,i}, \alpha_{p}, \psi_{v})$ — отклик ПК горизонтального веера на сигнал ЛИ, пришедший с направления ($\alpha_{b}, \psi_{b,i}$) при компенсации ПК в направлении (α_{p}, ψ_{v}); $\alpha_{b,i}$ — угол прихода *i* -го луча сигнала *b* -го ЛИ в горизонтальной плоскости; $\psi_{b,i}$ — угол прихода *i* -го луча сигнала *b* -го ЛИ в вертикальной плоскости; $\mathbf{R}_n(f)$ — КМ распределенной помехи, элементы которой для выхода p_1 -го и p_2 -го базовых ПК вычисляются в виде

$$r_{n/p_1,p_2}(f) = S_n(f)k_{p_1,p_2}, \quad p_1 = 1 - N, \quad p_2 = 1 - N, \quad (12)$$

 $S_n(f)$ — энергетический спектр распределенной помехи на выходе линейной части приемного тракта; k_{p_1,p_2} — коэффициент корреляции распределенной помехи на выходе p_1 -го и p_2 -го базовых ПК, приблизительно равный относительной площади пересечения характеристик направленности этих ПК.

• для каждого алгоритма вычислялся отклик текущего ПК (α_g, ψ_v) по формулам (5) и (8).

е) по завершении перебора ПК горизонтального веера и формирования пеленгационного рельефа в текущем вертикальном ярусе моделируется обнаружение ПО при использовании каждого алгоритма пространственной обработки в текущем вертикальном ярусе. ПО считается обнаруженным при одновременном выполнении трех условий:

- в пеленгационном рельефе в направлении на ПО наблюдается максимум;
- уровень пеленгационного рельефа в направлении на ПО превышает не менее чем на 3 дБ уровни, соответствующие левому и правому минимумам, ближайшим к направлению на ПО;
- в интервале курсовых углов от левого до правого минимумов отсутствуют другие ЛИ с уровнем относительно уровня сигнала ПО, превышающим минус 20 дБ.

Результат обнаружения либо не обнаружения ПО по данным каждого алгоритма запоминается;

ж) описанное моделирование повторяется для каждого из заданных вертикальных ярусов;

з) по завершении перебора всех ярусов для каждого алгоритма пространственной обработки принимается решение об обнаружении либо не обнаружении ПО на текущем шаге моделирования по правилу: если ПО был обнаружен хотя бы на одном вертикальном ярусе, он считается обнаруженным, в противном случае не обнаруженным. Данное решение, а также дистанция до ПО, запоминаются с привязкой ко времени текущего шага моделирования.

6. По завершении перебора всех шагов по времени с использованием динамики обнаружений ПО вычисляются дистанция его обнаружения, соответствующая моменту первого обнаружения, и суммарное время наблюдения ПО, как произведение количества шагов, на которых ПО был обнаружен, на интервал времени между шагами.

7. Цикл моделирования, описанный в пп. 3)...6), повторяется 100 раз.

8. По результатам всех 100 циклов моделирования вычисляются средняя дистанция обнаружения ПО и среднее время его наблюдения, соответствующие заданной плотности судоходства.

9. Моделирование, описанное в пп. 3)...7) повторяется для каждой плотности судоходства.

10. По завершении перебора всех заданных плотностей судоходства для каждого алгоритма пространственной обработки строятся графики зависимости дистанции обнаружения и времени наблюдения ПО от плотности судоходства.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Моделирование проводилось при следующих исходных данных:

 гидроакустические условия: глубина района 200 м; скорость звука монотонно увеличивается с глубиной с градиентом 0.028 с⁻¹; дно ил-песок; волнение моря 2 балла;

- характеристики ПО: скорость 3 м/с; глубина 100 м; приведенная шумность на 30 дБ превышает приведенный уровень шумов моря;
- характеристики судоходства: скорость хода распределена по нормальному закону с матожиданием 7.5 м/с и среднеквадратическим отклонением 2 м/с; приведенная шумность также распределена по нормальному закону, матожидание шумности на 70 дБ превышает приведенный уровень шумов моря, среднеквадратическое отклонение составляет 3 дБ;
- характеристики неподвижно установленной станции шумопеленгования с цилиндрической антенной, заглубленной на 50 м: диаметр антенны 5 м, высота 3 м, рабочий диапазон частот 3.5–7.1 кГц, ширина характеристики направленности антенны в горизонтальной плоскости 2.7°, время когерентного накопления 20 с, обработка ведется одновременно во всем круговом секторе пеленгов и в 3-х вертикальных ярусах –7°, 0°, +7°.

В качестве иллюстрации на рис. 1 приведены траектории объектов на одном цикле моделирования при плотности судоходства 10⁻³ км⁻².



Рис. 1. Траектории судов на одном цикле моделирования при плотности судоходства 10⁻³ км⁻².



Рис. 2. Пеленгационные рельефы, соответствующие трем моделируемым алгоритмам — Бартлетта (зеленая линия), классического Кейпона (синяя линия), Кейпона с ограничением мощности сильных ЛИ (красная линия). Черная стрелка указывает направление на малошумный ПО.

На рис. 2 изображены пеленгационные рельефы, соответствующие трем моделируемым алгоритмам — Бартлетта (зеленая линия), классического Кейпона (синяя линия), Кейпона с ограничением мощности сильных ЛИ (красная линия). Черная стрелка указывает направление на малошумный ПО. Из рассмотрения рис. 2 следует, что наилучшие условия для обнаружения малошумного ПО предоставляет алгоритм Кейпона с ограничением мощности сильных ЛИ.

Результаты моделирования приведены на рис. 3–5 в виде зависимостей от логарифма плотности судоходства: среднего количества судов в круге радиуса 100 км (рис. 3); средней дистанции



Рис. 3. Среднее количество судов в круге радиуса 100 км в зависимости от логарифма плотности судо-ходства *W*.

обнаружения малошумного ПО (рис. 4); среднего времени наблюдения малошумного ПО (рис. 5).

Из рассмотрения рис. 4 и 5 можно сделать следующие выводы:

- при плотностях судоходства 10⁻⁴ км⁻² и менее характеристики обнаружения и сопровождения малошумного ПО практически не зависят от применяемого алгоритма;
- при плотностях судоходства 10⁻² км⁻² и более обнаружение малошумного ПО на фоне шумов судоходства практически невозможно;
- применение классического алгоритма Кейпона позволяет по сравнению с использованием



Рис. 4. Средняя дистанция обнаружения малошумного подводного объекта в зависимости от логарифма плотности судоходства *W* при использовании трех алгоритмов пространственной обработки.



Рис. 5. Среднее время наблюдения малошумного подводного объекта в зависимости от логарифма плотности судоходства *W* при использовании трех алгоритмов пространственной обработки.

алгоритма Бартлетта в условиях надводного судоходства увеличить дистанцию обнаружения малошумного ПО до 35%, а время наблюдения — до 60%;

 применение алгоритма Кейпона с ограничением мощности сильных локальных источников в тех же условиях по сравнению с использованием алгоритма Бартлетта обеспечивает увеличение дистанции обнаружения малошумного ПО до 50%, а времени наблюдения — до 90%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для принятия решения о внедрении в гидроакустическую аппаратуру того либо иного алгоритма пространственной обработки сигналов на выходе многоэлементных антенн необходима количественная оценка эффективности этих алгоритмов с использованием показателей, представляющих наибольший интерес в условиях преимущественного использования конкретной гидроакустической аппаратуры.

В работе предложен вариант методики количественной оценки эффективности различных алгоритмов пространственной обработки при поиске и слежении за слабо шумящим подводным объектом (ПО) в условиях надводного судоходства различной плотности. В качестве показателей эффективности при моделировании вычислялись средние значения дистанции обнаружения ПО и времени наблюдения ПО с момента его обнаружения до момента окончательной потери с ним акустического контакта.

Работа выполнялась путем моделирования в однотипных условиях работы трех алгоритмов пространственной обработки — неадаптивного алгоритма Бартлетта и адаптивного алгоритма Кейпона в классической версии и в версии с применением процедуры контролируемого ограничения мощности сильных сигналов.

Моделирование показало, что наибольшей эффективностью обладает алгоритм Кейпона с применением процедуры контролируемого ограничения мощности сильных сигналов, который по сравнению с использованием алгоритма Бартлетта обеспечивает увеличение дистанции обнаружения малошумного ПО до 50%, а времени наблюдения — до 90%.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №24-19-20001).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Burg J.P.* Maximum Entropy Spectral Analysis // Proc. 37th meeting Soc. Explor. Geophysics. 1967.
- 2. Anderson V.C., Rudnick P. Rejection of a coherent arrival at an array // J. Acoust. Soc. Am. 1969. V. 45. № 2.
- Capon J. High Resolution Frequency-Wavenumber Spectral Analysis // Proc. IEEE. 1969. V. 57. P. 1408–1418.
- Frost O.L. An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing // Proc. IEEE. 1972. V. 60. № 8. P. 926–935.
- Bienvenu G. Influence of the spatial Coherence of the Background Noise on High Resolution Passive Methods // Proc IEEE ICASSP. 1979. P. 306–309.
- Сазонтов А.Г. Локализация источника в переменном по трассе волноводе в условиях неполной информации о пространственной изменчивости среды распространения // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 6. С. 689-696.
- Gray D.A. Formulation of The Maximum Signal to Noise Array in Beam Space // J. Acoust. Soc. Am. 1982. V. 72. № 14. P. 1195–1201.
- Малеханов А.И., Смирнов И.П. Пространственная обработка акустических сигналов в каналах мелкого моря в условиях априорной неопределенности: оценки потерь эффективности // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 4. С. 427–439.
- Ильин И.М. Оптимизация обработки сигналов на выходе сформированного веера характеристик направленности // Вопросы судостроения. Серия «Общетехническая». 1984. Вып. 75. С. 49–54.
- Schmidt R.O. Multiple emitter location and signal parameter estimation // IEEE Trans. 1986. V. AP-34. N
 № 3. P. 276–280.
- 11. Раевский М.А., Бурдуковская В.Г. Пространственная обработка акустических сигналов в океанических волноводах на фоне шумов ветрового

происхождения // Акуст. журн. 2023. Т. 69. № 1. С. 73-83.

- 12. Gershman A.B. Robust Adaptive Beamforming in Sesor Arrays // Int. Journ. Electronics and Communications. 1999. V. 53. P. 305–314.
- 13. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. М., 1986, 446 с.
- Krim H., Viberg M. Two decades of array signal processing research // IEEE Signal Processing Magazine. 1996. № 7. P. 67–95.
- 15. *Van Trees H.L.* Optimum Array Processing: Part IV. Detection, Estimation, and Modulation Theory. Wiley Interscience, 2002. P. 1470.
- Малышкин Г.С. Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов. Т. 2. Адаптивные методы. ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2011. 374 с.
- 17. *Малышкин Г.С., Сидельников Г.Б.* Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов (обзор) // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 5. С. 526–545.
- 18. *Ратынский М.В.* Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. М.: Радиоисвязь, 2004. 199 с.
- 19. Малышкин Г.С., Шафранюк А.В. Адаптивное разрешение широкополосных гидроакустичес-

ких сигналов с частично нарушенной когерентной структурой // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 5. С. 613–629.

- Малышкин Г.С., Кузнецова А.С., Сидельников Г.Б. Обнаружение слабых гидроакустических сигналов на основе быстрых проекционных алгоритмов. // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 2. С. 237–246.
- 21. *Малышкин Г.С.* Сравнительная эффективность классических и быстрых проекционных алгоритмов при разрешении слабых гидроакустических сигналов // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 2. С. 196–208.
- 22. *Малышкин Г.С.* Экспериментальная проверка эффективности быстрых проекционных алгоритмов // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 6. С. 828-847.
- 23. Малышкин Г.С., Мельканович В.С. Классические и быстрые проекционные адаптивные алгоритмы в гидроакустике. СПб.: ГНЦ РФ АО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2022. 268 с.
- 24. Мельканович В.С. Особенности построения адаптивной обработки сигналов по выходу цилиндрической антенной решетки с горизонтальной образующей // Сборник материалов конференции «Управление в морских системах» (УМС-2020). СПб., 2020.

QUANTITATIVE ASSESSMENT OF THE EFFECTIVENESS OF ADAPTIVE SPATIAL PROCESSING ALGORITHMS IN SEARCHING FOR LOW-NOISE UNDERWATER VEHICLES IN SURFACE SHIPPING CONDITIONS OF DIFFERENT DENSITY

A. I. Mashoshin^{*a*, *}, V. S. Melkanovich^{*a*}

^aJSC "Concern" Central Research Institute "Electropribor", st. Malaya Posadskaya 30, St. Petersburg, 197046 Russia

*e-mail: aimashoshin@mail.ru

The article describes the methodology and provides the results of a model quantitative assessment of the effectiveness of solving the problem of detecting and tracking a low-noise underwater object using three algorithms for spatial signal processing at the output of a multi-element antenna — the non-adaptive Bartlett algorithm, the Capon algorithm, and the Capon algorithm combined with a projection procedure limiting the signal power of strong local sources.

Keywords: hydroacoustics, multi-element antenna, spatial processing, adaptive algorithms, orthogonal projector, modeling

= АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА ===

УДК 534.231

О ТОЧНОСТИ ОЦЕНОК РАССТОЯНИЯ ПО ВРЕМЕНИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКОВЫХ СИГНАЛОВ НА АРКТИЧЕСКОМ ШЕЛЬФЕ

© 2024 г. Ю. В. Назаренко^{*a*, *b*, *, Д. Д. Сидоров^{*a*, **}, В. Г. Петников^{*a*, ***}, С. В. Писарев^{*c*, ****}, А. А. Луньков^{*a*, *****}}

^аИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия

^bМосковский государственный университет имени М.В. Ломоносова, географический факультет, Ленинские горы 1, Москва, 119991 Россия

^сИнститут океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Нахимовский проспект 36, Москва, 117997, Россия

*e-mail: julnazr@yandex.ru **e-mail: sidorov.dan.dmit@gmail.com ***e-mail: petniko@kapella.gpi.ru ****e-mail: pisarev@ocean.ru ****e-mail: lunkov@kapella.gpi.ru Поступила в редакцию 15.03.2024 г. После доработки 23.04.2024 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

В рамках численного моделирования проводятся оценки точности определения расстояния между подводными источниками и приемниками звука, находящимися на расстоянии в несколько километров друг от друга в Карском море в осенний период времени. Предполагается, что основным источником возможных ошибок при определении расстояния является отсутствие точных данных о вертикальном профиле скорости звука на трассе распространения акустических сигналов. Проанализированы данные сентября и ноября, в интервале между которыми имеют место существенные изменения профиля, когда вертикальный градиент скорости звука изменяется от отрицательных значений до положительных. Характерные значения вариаций скорости звука получены при статистической обработке гидрологических данных, взятых из базы World Ocean Database. Полученные результаты важны для анализа возможностей подводной акустической навигации.

Ключевые слова: акустика мелкого моря, арктический шельф, подводная навигация

DOI: 10.31857/S0320791924030103 **EDN:** ZLWBSI

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для решения широкого класса научно-исследовательских и народнохозяйственных задач начинают широко использоваться автономные необитаемые подводные аппараты (АНПА). К таким задачам относятся наблюдения климатической изменчивости океана, промышленное освоение его шельфа, включая поиск и добычу углеводородного сырья, экологический контроль за антропогенным воздействием на окружающую среду и т.д. Особенно актуальны эти задачи для арктического шельфа России, где сложность их решения обусловлена наличием ледового покрова различной сплоченности в течение большей части года. Здесь применение АНПА обещает быть наиболее востребованным и эффективным [1]. Однако эта эффективность во многом определяется возможностями подводной акустической навигации, являющейся основным методом определения координат подводного аппарата в акватории, частично или полностью покрытой льдом [2, 3]. Очевидно, что точность подводной навигации в первую очередь зависит от правильного выбора эффективной скорости распространения звуковых волн [4], которая используется для пересчёта времени распространения [5] в расстояние. Важно, что эта скорость определяется всем вертикальным профилем скорости звука и его горизонтальными пространственными вариациями. При этом указанные вариации, как и сам профиль скорости звука, зависят от района исследований и от времени года. Современные методы навигации используют значения эффективной скорости звука, рассчитанные при помощи численного моделирования с учётом реальных параметров волновода [3, 4].

В настоящей работе приводятся и анализируются результаты статистической обработки гидрологических данных, зарегистрированных в одном из центральных районов Карского моря в осенний период времени. Для сравнительного анализа взяты данные сентября и ноября, в промежутке между которыми вертикальный профиль скорости звука в рассматриваемой акватории претерпевает существенные изменения. Вертикальный градиент скорости звука изменяется от отрицательных значений до положительных. В рамках численных экспериментов для средних профилей с учетом их изменчивости определены возможные диапазоны вариаций времен распространения тестовых акустических сигналов, применяемых при подводной акустической навигации.

1. ГИДРОЛОГИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ И ИХ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Для оценки возможных изменений профиля скорости звука было выбрано два района в центральной части Карского моря, удаленных от берега примерно на 300 км. В одном из районов были измерены гидрологические характеристики морской среды на 6-ти океанологических станциях в начале сентября, а в другом — в начале ноября на 28-ми станциях. Результаты этих измерений вертикальных профилей температуры и солености были взяты из всемирной базы данных [6]. Выбор районов был обусловлен тем фактом, что измерения в каждой серии проводились с борта одного и того же научно-исследовательского судна, что позволяло исключить возможную инструментальную ошибку. Расстояние между районами было равно ≈ 120 км. Результаты обработки данных гидрологических измерений показаны на рис. 1 и 2. Сплошной линией показаны средние вертикальные профили. Штриховые линии соответствуют возможным отклонениям от среднего профиля на величину $\pm 2\sigma$ (σ – среднеквадратичное отклонение, зависящее от глубины).



Рис. 1. Вертикальные профили (а) — температуры, (б) — солености и (в) — скорости звука, построенные по данным измерений, проведенных в сентябре. Сплошными кривыми показаны средние профили, штриховыми обозначен диапазон вариаций.



Рис. 2. Вертикальные профили (а) — температуры, (б) — солености и (в) — скорости звука, построенные по данным измерений, проведенных в ноябре. Сплошными кривыми показаны средние профили, штриховыми обозначен диапазон вариаций.

Вертикальный профиль скорости звука на рис. 1в и 2в вычислялся по формулам, приведенным в работе [7].¹

На рисунках хорошо заметны типичные особенности гидрологических характеристик в центральной части Карского моря. К ним, в первую очередь, относится наличие приповерхностного распресненного слоя морской воды, обусловленного поступлением в море весной и летом больших объемов пресных вод сибирских рек. Вместе с тем с сентября по ноябрь этот слой претерпевает заметные изменения, влияющие в конечном итоге на вертикальный профиль скорости звука. Среди них следует отметить:

- Фактическое исчезновение термоклина. В ноябре температура воды слабо зависит от глубины, а изменения скорости звука с глубиной в основном связаны с изменением солености;
- Пространственные изменения температуры и солености. Для температуры приповерхностного перемешанного слоя в сентябре характерны достаточно большие вариации (единицы градусов) в горизонтальной плоскости, которые заметно уменьшаются (до десятых долей градуса) с приближением зимы. В то же

время аналогичные изменения солености этого слоя малы в начале осени и увеличиваются в ноябре. В итоге флуктуации скорости звука в горизонтальной плоскости в сентябре обусловлены вариациями температуры, а ближе к зиме такие флуктуации уже связаны с вариациями солености.

Отмеченные выше изменения характеристик приповерхностного слоя обусловлены двумя причинами. Во-первых, это сезонное понижение температуры воздуха и развитие, в связи с этим, зимней вертикальной циркуляции морских вод. Во-вторых, это резкий сезонный спад объемов поступающих в море вод сибирских рек осенью и зимой.

2. МЕТОДИКА И ПАРАМЕТРЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

При моделировании распространения импульсных акустических сигналов использовалось модовое описание звукового поля, в рамках которого передаточная функция плоскослоистого мелководного акустического волновода записывается в виде [8]:

$$P(\omega) = \sum_{m}^{M} \frac{\Psi_{m}(\omega, z_{s})\Psi_{m}(\omega, z_{r})}{\sqrt{\xi_{m}(\omega)r}} \exp(i\xi_{m}(\omega)r), \quad (1)$$

¹ Отметим, что именно эти формулы, несмотря на всю их громоздкость, рекомендованы ЮНЕСКО для вычисления вертикального профиля скорости звука в морской воде.

где $\Psi_m(\omega, z)$ — волноводная мода с номером *m*, зависящая от частоты ω как от параметра, $\xi_m(\omega)$ — постоянная распространения моды, *r* — расстояние между источником и приемником звука, *z_r* и *z_s* — глубина расположения приемника и источника звука, соответственно. Импульсная характеристика волновода *h*(*t*) определяется как обратное преобразование Фурье от передаточной функции, а акустический сигнал *s*(*t*) на входе приемника представляет собой свертку излучаемого сигнала *s*₀(*t*) с этой характеристикой. Огибающая сигнала на выходе оптимального корреляционного приемника равна:

$$A(\tau) = \left| \hat{H} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s_0(t-\tau) dt \right\} \right|, \qquad (2)$$

где \hat{H} { } — оператор, выполняющий преобразование Гильберта² над функцией, заключенной в фигурные скобки.

При моделировании выбирались следующие параметры волноводов:

- глубина H = 40 м и профили скорости звука, показанные на рис. 1в (волновод для района, где были проведены измерения в сентябре; здесь подразумевалось, что ледовый покров отсутствует);
- глубина H = 100 м и профили скорости звука, показанные на рис. 2в (волновод для района, где были проведены измерения в ноябре; предполагалось, что на поверхности моря присутствует сплошной ледовый покров толщиной l = 1 м).

Расстояние между источником и приемником звука r = 2 и 5 км. Расчеты проводились при следующих комбинациях глубин источника и приемника: $z_s = z_r = 8$ м и $z_s = z_r = 35$ м (волновод в сентябре) и $z_s = z_r = 8$ м и $z_s = z_r = 70$ м (волновод в ноябре). Для каждой комбинации выбирались все три профиля скорости звука (сплошная линия и штриховые), показанные на рис. 1в и 2в. Для определенности обозначим эти профили как а) – $c_-(z)$, б) – c(z), в) – $c_+(z)$ ($c_-(z) < c(z) < c_+(z)$). Параметры морского дна полагались равными: скорость звука $c_b = 1600$ м/с, коэффициент затухания звука $\beta = 0.33$ дБ/ λ (λ — длина акустической волны), плотность $\rho_b = 1850$ кг/м³. Передаточная функция рассчитывалась с помощью программы КRAKEN [9]. Моделировалось распространение сигнала с линейной частотной модуляцией в полосе частот $f = \omega/2\pi = 1 - 5$ кГц. Длительность сигнала выбиралась равной T = 1 с. Для уменьшения уровня боковых лепестков после корреляционной обработки указанный излучаемый сигнал предварительно сглаживался с использованием окна Хэннинга. Огибающая автокорреляционной функции излучаемого сигнала показана на рис. 3.



Рис. 3. Огибающая автокорреляционной функции излучаемого сигнала.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Результаты моделирования для волновода в сентябре показаны на рис. 4 для каждого из профилей скорости звука для расстояния между источником и приемником r = 5 км и для глубины $z_s = z_r = 35$ м. Аналогичные результаты для ноябрьского волновода для глубины $z_s = z_r = 70$ м приведены на рис. 5. На этих рисунках с высоким временным разрешением показано лишь несколько импульсов $A_i(\tau)$ (*i* — номер импульса), приходящих первыми и обладающих наибольшей амплитудой. В целом принимаемый сигнал на выходе корреляционного приемника (2) включает в себя более десятка подобных импульсов, и общая длительность сигнала составляет ≈ 0.45 с. Увеличение общей длительности сигнала во времени по сравнению с изначальным коротким сигналом (см. рис. 3) обусловлено волноводной дисперсией. При моделировании время распространения сигнала определялось по времени распространения импульса с наибольшей амплитудой.

Результаты оценки времен распространения t_c для среднего профиля скорости звука c(z) приведены в табл. 1 и 2 для двух выбранных для анализа волноводов. Значения Δt_{-} и Δt_{+} равны разности времен распространения при профилях скорости

² Отметим, что преобразование Гильберта использовано здесь для выделения огибающей от несущей частоты.



Рис. 4. Принятый сигнал $A(\tau)$ на выходе корреляционного приемника при профилях скорости звука (а) $- c_+(z)$, (б) - c(z), (в) $- c_-(z)$ (сентябрь).



Рис. 5. Принятый сигнал $A(\tau)$ на выходе корреляционного приемника при профилях скорости звука (а) $- c_+(z)$, (б) - c(z), (в) $- c_-(z)$ (ноябрь).

Расстояние <i>r</i> , м	Глубина z _s = z _r , м	$\Delta t_{-} = t_{c} - t_{c-},$	<i>t_c</i> , c	$\Delta t_{+} = t_{c} - t_{c+},$ c	Ошибка в определении расстояния ∓∆ <i>r</i> , м
2000	8	-0.0071	1.3696	+0.0069	-10.4 + 10.0
2000	35	-0.0014	1.3925	+0.0012	-1.9 +1.7
5000	8	-0.0119	3.4297	+0.0167	-17.4 +24.3
5000	35	-0.0028	3.4753	+0.0019	-4.0 +2.8

Таблица 1. Сентябрьский волновод

звука $c_{-}(z)$ и c(z), а также c(z) и $c_{+}(z)$, соответственно; $\mp \Delta r = r \Delta t_{\mp}/t_c$ — возможная ошибка в определении дистанции из-за неточного задания зависимости скорости от глубины, r/t_c — эффективная скорость распространения звука. Здесь следует подчеркнуть, что полученные в таблицах значения ошибки являются грубой оценкой возможных значений погрешностей при определении расстояния. Последнее связано с ограниченностью наших знаний о случайном пространственно-временном поле скорости звука в исследуемой акватории. Как видно из табл. 1 и 2, точность определения расстояния между подводными источником и приемником звука зависит от их глубины. Точность возрастает почти на порядок при их расположении в придонной части волновода. Данная закономерность имеет место как при относительно теплом приповерхностном слое, так и при относительно холодном. Это факт следует учитывать при построении системы акустической подводной навигации в рассматриваемой акватории. Если же для оценки дистанции по времени распространения использовать не вертикальный профиль и численное

Расстояние <i>r</i> , м	Глубина $z_s = z_r,$ м	$\Delta t_{-} = t_{c} - t_{c-},$ c	<i>t_c</i> , c	$\Delta t_{+} = t_{c} - t_{c+},$ c	Ошибка в определении расстояния ∓∆ <i>r</i> , м
2000	8	-0.0138	1.4036	+0.0090	-19.6 +12.3
2000	70	-0.0015	1.3956	+0.0016	-2.1 +2.3
5000	8	-0.0227	3.5086	+0.0225	-32.3 +32.0
5000	70	-0.0020	3.4718	+0.0025	-2.8 +3.6

Таблица 2. Ноябрьский волновод

2024

моделирование, а только значение скорости на горизонте нахождения источника и приёмника, то максимальная погрешность возрастает примерно в два раза (до $\mp \Delta r = 60$ м). Это происходит даже в случае, когда источник и приемник звука находятся на одной и той же глубине.

Оценим далее еще одну возможную ошибку в определении времени распространения между источником и приемником звука с помощью описанной выше методики. Регистрируемый импульс с максимальной амплитудой необязательно наблюдается первым, что обусловлено волноводной дисперсией. Более того, в зависимости от расстояния и глубины приема номер такого импульса может измениться, что приведёт к скачкообразному виртуальному (не связанному с изменением расстояния между корреспондирующими точками) изменению времени распространения. На рис. 6

показана расчетная структура регистрируемых сигналов на плоскости глубина приема-время для двух рассматриваемых в работе месяцев. Расстояние между источником и приемником звука 5000 м. Предполагается, что для сентября источник звука расположен на глубине 35 м, а для ноября — 70 м. Рис. 6 показывает, что в обоих волноводах формируется лучевая структура поля, однако в сентябре (рис. 6а) в приповерхностном слое за счет большей скорости звука время распространения импульсного сигнала уменьшается, и структура принимаемого сигнала плохо разрешается даже на расстоянии 5000 м. Это приводит к упомянутым выше погрешностям в определении времени распространения. Особенно заметен этот эффект на малых расстояниях, где лучевая структура поля и отвечающая ей структура принимаемого сигнала является неразрешимой. Важно отметить, что такого рода погрешности могут превосходить





Рис. 6. Структура акустического поля в логарифмическом масштабе при профиле скорости звука $c_{(z)}(a)$ — в сентябре и (б) — в ноябре.


Рис. 7. Зависимость разности времен распространения $\Delta t_{-} = t_c - t_{c-}$ для сентября (пунктирная линия) и ноября (сплошная линия) от расстояния *r* между источником и приемником на одной глубине $z_s = z_r$.

возможные ошибки, связанные с неопределенностью в выборе профиля скорости звука при оценке расстояния. На рис. 7 в качестве примера показана разность во времени распространения $\Delta t_{-} = t_c - t_{c_{-}}$ в зависимости от расстояния. Как видно, обсуждаемые погрешности связаны с параметрами волновода и носят нерегулярный характер в зависимости от расстояния. Очевидно, что они могут быть нейтрализованы при более сложной обработке принимаемого сигнала, когда при определении времени распространения необязательно используется импульс с максимальной амплитудой и применяется траекторное накопление.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ошибки в оценках времени распространения акустических сигналов на арктическом шельфе могут быть также связаны с возможным отсутствием информации о неоднородных параметрах морского дна и случайных пространственно-временных гидродинамических возмущениях морской среды. Если рельеф дна можно определить относительно простым способом, то данные о скорости звука, плотности и коэффициенте затухания акустических волн в морском дне, как правило, бывают неизвестными. Их влияние на возможности подводной навигации требуют дополнительного изучения. Что касается гидродинамических возмущений, то здесь в первую очередь следует учитывать и анализировать короткопериодные внутренние волны. Однако по данным спутниковых наблюдений за морской поверхностью летом и в начале осени [10] интенсивные внутренние волны присутствуют лишь в районах с переменным рельефом дна в области перехода от мелководного шельфа к относительно большим глубинам.

Полученные выше оценки погрешностей при определении расстояния между подводными источниками и приемниками звука в Карском море, по всей видимости, будут примерно такими же и для других арктических морей России, где имеют место аналогичные гидрологические и геоморфологические характеристики: небольшие глубины, ровный рельеф и наличие приповерхностного перемешанного слоя с низкой соленостью. Этот слой формируется не только стоком сибирских рек, но и поступлением менее соленой тихоокеанской воды через Берингов пролив. Для такого слоя характерны заметные вариации параметров в горизонтальной плоскости и, как следствие, значительные погрешности при акустическом позиционировании АНПА на небольших глубинах.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-72-10121, https://rscf.ru/project/22-72-10121/.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Инзарцев А.В., Каморный А.В., Львов О.Ю., Матвиенко Ю.В., Рылов Н.И. Применение автономного необитаемого подводного аппарата для научных исследований в Арктике // Подводные исследования и робототехника. 2007. № 2. С. 5–14.
- Barker L.D.L. et al. Scientific challenges and present capabilities in underwater robotic vehicle design and navigation for oceanographic exploration under-ice // Remote Sensing. 2020. V. 12. No. 16. P. 2588.
- 3. *Bhatt E.C., Viquez O., Schmidt H.* Under-ice acoustic navigation using real-time model-aided range estimation // J. Acoust. Soc. Am. 2022. V. 151. № 4. P. 2656–2671

- Сорокин М.А., Петров П.С., Каплуненко Д.Д., Голов А.А., Моргунов Ю.Н. Прогноз эффективной скорости распространения акустических сигналов на основе модели циркуляции океана // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 5. С. 521–532.
- 5. Петников В.Г., Шатравин А.В., Луньков А.А. О вариациях времени распространения звуковых сигналов при стационарном ледовом покрове // Акуст. журн. 2023. Т. 69. № 5. С. 569–575.
- Boyer T.P., Baranova O.K., Coleman C., Garcia H.E., Grodsky A., Locarnini R.A., Mishonov A.V., Paver C.R., Reagan J.R., Seidov D., Smolyar I.V., Weathers K., Zweng M.M. World Ocean Database 2018. Mishonov A.V., Technical Ed. NOAA Atlas NESDIS 87. 2018. https:// www.ncei.noaa.gov/sites/default/files/2020-04/wod_ intro_0.pdf
- Millero F.J., Xu Li. Comments on equations for the speed of sound in seawater // J. Acoust. Soc. Am. 1994. V. 95. № 5. Pt. 1. P. 2757–2759.
- 8. Бреховских Л.М, Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана М.: Наука, 2007.
- Porter M. The KRAKEN normal mode program / La Spezia, Italy. SACLANT Undersea Research Centre, 1991. https://oalib-acoustics.org/website_resources/ AcousticsToolbox/manual/kraken.html
- Козлов И.Е., Кудрявцев В.Н., Зубкова Е.В., Зимин А.В., Шапрон Б. Характеристики поля короткопериодных внутренних волн в Карском море по данным спутниковых радиолокационных измерений // Исслед. Земли из космоса. 2015. № 4. С. 44–59.

ON THE ACCURACY OF DISTANCE ESTIMATES BY PROPAGATION TIME OF SOUND SIGNALS ON THE ARCTIC SHELF

Yu. V. Nazarenko^{*a*, *b*, *, D. D. Sidorov^{*a*, **}, V. G. Petnikov^{*a*, ***}, S. V. Pisarev^{*c*}, ****, A. A. Lunkov^{*a*}, ****}

^aProkhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, st. Vavilova 38, Moscow, 119991 Russia

^bLomonosov Moscow State University, Faculty of Geography, Leninskie Gory 1, Moscow, 119991 Russia

^cShirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, Nakhimovsky prospect 36, Moscow, 117997, Russia

As part of numerical modeling, estimates are made of the accuracy of determining the distance between underwater sources and sound receivers located at a distance of several kilometers from each other in the Kara Sea in the autumn. It is assumed that the main source of possible errors in determining the distance is the lack of accurate data on the vertical profile of the sound speed along the propagation path of acoustic signals. Data from September and November were analyzed, in the interval between which significant changes in the profile take place, when the vertical gradient of sound speed changes from negative to positive values. Characteristic values of sound speed variations were obtained by statistical processing of hydrological data taken from the World Ocean Database. The results obtained are important for analyzing the capabilities of underwater acoustic navigation.

Keywords: shallow water acoustics, arctic shelf, underwater navigation

— АТМОСФЕРНАЯ И АЭРОАКУСТИКА —

УДК 532.59, 533.17, 534.23

АНАЛИЗ АЭРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РАСЧЕТНОЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

© 2024 г. О. П. Бычков^а, И. Ю. Миронюк^а, И. А. Солнцев^а, Г. А. Фараносов^{а, *}, М. А. Юдин^а

^аФАУ ЦАГИ, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*e-mail: georgefalt@rambler.ru Поступила в редакцию 26.12.2024 г. После доработки 26.12.2024 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

Проведено численное моделирование аэроакустических характеристик сверхзвуковой струи, истекающей из сопла Лаваля в покоящееся пространство на расчетном режиме (число Maxa M = 2). Представлены результаты расчетов методом моделирования крупных вихрей (LES). Получены средние и пульсационные характеристики течения в струе, а также характеристики шума струи в дальнем поле, включая его азимутальный состав. Проведено сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными и показано их удовлетворительное соответствие. Сделан вывод о наличии различных механизмов генерации шума в рассматриваемой струе.

Ключевые слова: сверхзвуковая струя, волны неустойчивости, численное моделирование, азимутальные моды

DOI: 10.31857/S0320791924030111 **EDN:** ZLUGRX

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на многолетние исследования шума турбулентных струй, ведущиеся с 1950-х гг. [1], в настоящее время все еще отсутствует единая точка зрения на природу физических процессов, приводящих к генерации шума реактивной струей, что отражается, в частности, в широком разнообразии моделей источников шума струи [2—13]. При этом эффективное снижение шума турбулентной струи затруднительно без достаточно глубокого понимания физических механизмов его генерации. Таким образом, задача исследования механизмов генерации шума высокоскоростных струй, в том числе сверхзвуковых, является весьма актуальной.

В том, что касается высокоскоростных сверхзвуковых струй, комплекс предыдущих теоретических и экспериментальных исследований [2–5] показал, что механизм генерации шума в таких струях может быть связан с волнами неустойчивости, развивающимися в слое смешения струи за счет механизма Кельвина–Гельмгольца. В работе [3] была предложена теоретическая модель излучения звука волнами неустойчивости, развивающимися в медленно расширяющемся слое смешения. В работах [4, 5] основные положения теоретической модели косвенно (по измерениям шума в дальнем поле) были подтверждены в эксперименте. Наличие прямого излучения от волн неустойчивости в сверхзвуковых струях делает актуальной задачу активного управления ими как возможного подхода к снижению шума таких струй [14, 15].

Поскольку экспериментальные исследования ближнего поля сверхзвуковых струй затруднены высокими значениями средней скорости потока и пульсаций (скорости и давления) и требуют специального инструментария, представляет интерес более детальное исследование таких струй с помощью методов вычислительной гидродинамики и аэроакустики, бурное развитие которых в последние годы обеспечило возможность проведения достаточно точного численного моделирования струйных течений [16-20]. Благодаря этому результаты численного моделирования можно рассматривать как дополнение к физическому эксперименту, позволяющее проводить более глубокий анализ физических процессов шумообразования в струях. Особую ценность такого рода расчеты имеют для тех случаев, когда прямые физические измерения затруднены (например, в крейсерском режиме полета самолета). Стоит,



Рис. 1. (а) — Сопло Лаваля, испытанное в [4]; (б) — расчетный и (в) — нерасчетный режимы истечения [4]; (г) — 3D-модель сопла, исследованного в расчете.

однако, отметить, что использование результатов численного моделирования как аналога физического эксперимента возможно только при условии тщательной валидации, которая подтверждает их достаточную достоверность [21].

Задачами настоящей работы является проведение численного моделирования аэроакустических характеристик сверхзвуковой струи, истекающей из сопла Лаваля в покоящееся пространство на расчетном режиме с числом Маха M = 2, валидация полученных результатов путем их сравнения с доступными экспериментальными данными и идентификация механизмов генерации шума, реализующихся в рассматриваемой струе.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследуется сверхзвуковая струя, истекающая из сопла Лаваля (рис. 1а) на расчетном режиме (рис. 1б), при котором исключается влияние скачков уплотнения (рис. 1в) на генерацию шума, и, таким образом, реализуется «чистый» шум смешения, связанный с процессами турбулентного перемешивания газа в струе с окружающей средой. Геометрия сопла (рис. 1г) и условия истечения соответствуют эксперименту, описанному в [4], что позволяет валидировать результаты расчета. Выходной диаметр сопла равен D = 0.03 м, расчетное число Маха истечения струи M = 2.

Для расчетов применялся метод моделирования крупных вихрей (LES), реализованный на базе схемы CABARET [17, 18]. Расчет выполнялся на расчетных сетках двух типов: грубой сетке с числом ячеек около 6 млн и более подробной сетке с числом ячеек около 13 млн (рис. 2), которая являлась основной для проведения численного моделирования в настоящей работе. Сетки были созданы в среде OpenFoam с использованием процедуры SnappyHexMesh, позволяющей в полуавтоматическом режиме строить для сложных геометрических объектов неструктурированные сетки с преобладанием гексаэдральных ячеек. Размер расчетной области составлял около 150*D* в поперечном направлении и около 800*D* — в



Рис. 2. Сечение основной расчетной сетки (13 млн ячеек) продольной плоскостью симметрии: (а) — полная расчетная область; (б) — зона вблизи сопла.



Рис. 3. Расположение контрольных FWH-поверхностей.

продольном (рис. 2а). Основную часть расчетной области занимала буферная зона с достаточно крупными расчетными ячейками вблизи внешней границы области, задачей которой является минимизация отраженных от границы области звуковых волн. В области сопла и предполагаемого расположения слоя смешения струи были выполнены области сгущения в виде вложенных конических зон для разрешения процесса турбулентного перемешивания газа, истекающего из сопла, с окружающей средой, при этом минимальный размер расчетных ячеек в потенциальном ядре струи для основной сетки 13 млн составил 0.008*D* (рис. 2б).

На первом этапе моделирования с помощью серии расчетов на грубой сетке был выполнен подбор перепада давления, при котором реализуется расчетный режим истечения струи. Оценка расчетного перепада, выполненная по одномерной адиабатической модели [22], дает значение $\pi_c \approx 7.8$. В серии предварительных расчетов рассматривались значения π_c от 7.6 до 8.7. Во всех случаях статическая температура окружающей среды T и температура торможения в сопле T^* составляли 295 К, а давление в окружающей среде составляло 100 кПа. По результатам анализа поля средней скорости на оси струи было выбрано значение $\pi_c \approx 8.2$, для которого возмущения скорости, связанные со скачками уплотнения, были минимальны. Дальнейшие расчеты проводились для перепада давления $\pi_c \approx 8.2$. Отметим, что скорость истечения струи при этом составляет $U_i \approx 510 \text{ м/c}$, а акустическое число Маха (рассчитанное по скорости звука в окружающей среде) — $M_a \approx 1.5$.

В процессе расчетов для последующего анализа сохранялись временные истории газодинамических параметров в плоскости симметрии струи длиной около $10^{3} D / U_{i}$, чего обычно достаточно для адекватной оценки статистических свойств пульсаций в струях. Для вычисления шума в дальнем поле использовался интегральный метод Фокса–Уильямса–Хоукингса (FWH) [16–20, 23]. При таком подходе в ближнем поле источника звука строится система контрольных поверхностей (FWH-поверхности), охватывающих источник, на которых сохраняются данные нестационарного расчета. Звук в дальнем поле рассчитывается с использованием функции Грина волнового уравнения и выражается через интеграл по FWHповерхности [23].

Рассматривалось два набора конических FWH-поверхностей: FWH1 и FWH2, которые изображены на рис. 3. Максимальная длина поверхностей составляла 60*D* для FWH1 и 53*D* — для FWH2, в каждом из наборов использовалось 16 замыкающих дисков, распределенных по продольной координате на промежутке 13*D*. Кроме того, при равных углах полураствора поверхностей набор FWH2 располагался ближе к внешней границе струи: радиус большего основания конуса составлял 8.3*D* для FWH1 и 6*D* — для FWH2.

Шум вычислялся в двух наборах точек: в 12 точках, соответствующих углам наблюдения θ от 20° до 160° и лежащих на дуге окружности радиуса R = 66.7D (рис. 4а), и в 144 точках (24 сечения по 6 виртуальных микрофонов в каждом) на цилиндрической поверхности, окружающей струю (рис. 4б), радиус поверхности составлял 26.7*D*, точки наблюдения заметали область от $x/D \approx -77$ до $x/D \approx 83$, где x/D = 0 соответствует координате



Рис. 4. Расположение точек наблюдения (микрофонов) в дальнем поле: (а) — на дуге окружности; (б) — в наборе азимутальных колец, заметающих цилиндрическую поверхность в пределах -77 < x/D < 80.

среза сопла. Первая конфигурация микрофонов соответствует стандартной методике измерения шума, а вторая — дает возможность выполнить разложение звукового поля на азимутальные моды порядка n = 0, 1, 2, 3 и сравнить результаты с данными эксперимента [4–5] (процедура разложения описана в следующем разделе).

2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ АНАЛИЗ

На рис. 5 показаны мгновенные поля продольной компоненты скорости и давления, полученные в расчете в плоскости симметрии сопла. По распределению поля скорости на рис. 5а видно, что скачки уплотнения в теле струи достаточно слабы, что подтверждает близость режима истечения к расчетному. Из картины мгновенного распределения поля давления на рис. 5б видно доминирование излучения вниз по потоку, а также характерный масштаб наиболее интенсивных звуковых волн, структура которых соответствует волнам Маха, распространяющимся под углом $\theta \approx 40^{\circ}$ к оси струи. Кроме того, можно отметить, что по мере удаления от струи в радиальном направлении звуковые волны нефизично быстро затухают при переходе в область с разреженной расчетной сетки. Именно поэтому для расчета шума в дальнем поле, как это обычно принято, используется интегральный метод FWH.



Рис. 5. Структура течения в плоскости симметрии струи: (а) — мгновенное поле продольной компоненты скорости, (б) — мгновенное поле давления (стрелкой показана ориентация нормали к фронту доминирующих звуковых волн).



Рис. 6. Распределения среднего значения продольной компоненты скорости: (а) — вдоль оси струи: 1 — расчет на сетке 6 млн, 2 — расчет на сетке 13 млн, 3 — данные измерений [4], 4 — полуэмпирическая модель [22]; (б) — радиальные профили для различных сечений (1 - x/D = 4, 2 - x/D = 10): сплошные линии — расчет на сетке 13 млн, точки и штрихи — эксперимент [24].

Далее было проведено сравнение распределения скорости на оси струи с данными измерений [4, 5] и полуэмпирической модели Г. Н. Абрамовича [22], показавшее, что расчет достаточно хорошо соответствует данным измерений как по длине начального участка струи, так и по интенсивности убывания скорости на основном участке (рис. ба). Скорость на рис. 6 нормирована на скорость истечения струи U_j . Отметим, что данные, полученные на грубой сетке и на основной сетке, оказались близки друг к другу, что говорит об адекватности пространственного разрешения используемых сеток для моделирования основных процессов турбулентного перемешивания в струе.

В работах [4, 5] исследовалось поле средней скорости на оси струи и направленности азимутальных гармоник шума рассматриваемой в настоящей работе расчетной сверхзвуковой струи. В работе [24] для аналогичной струи, истекающей из сопла на расчетном режиме M = 2, достаточно детально исследовалось среднее поле скорости в плоскости симметрии сопла. На рис. 66 приведены результаты численного моделирования, полученные в настоящей работе, и результаты измерения радиальных профилей скорости, полученные в [24] двумя способами. Как видно, расчетные профили сходятся с измеренными в пределах разброса экспериментальных данных. Таким образом, на основании сравнения данных измерений и результатов численного моделирования, полученных в настоящей работе, можно заключить, что поле течения струи в расчете воспроизводится достаточно адекватно, т.е. расчетный метод можно считать успешно валидированным в части моделирования осредненных аэродинамических характеристик.

Измерения пульсаций в сверхзвуковых струях затруднены, и соответствующие данные для струи М = 2 на расчетном режиме найти не удалось. Однако валидация в части моделирования пульсационных составляющих может быть выполнена косвенно с использованием данных, полученных для дозвуковых струй на основании гипотезы автомодельности. В работах [25, 12] были, соответственно, проведены измерения и численное моделирование дозвуковой струи с М = 0.53. На рис. 7а для струй с M = 0.53 и M = 2 показаны распределения среднего значения и среднекваратичного значения пульсаций продольной компоненты скорости вдоль оси струи, нормированные на скорость истечения струи. Продольная координата при этом нормирована на длину потенциального ядра L_c каждой струи. При такой нормировке, как видно, результаты, полученные в расчетах для M = 0.53, 2и в эксперименте для M = 0.53, практически совпадают, что указывает на автомодельность процесса развития слоя смешения в дозвуковых и расчетных сверхзвуковых струях и соответствует известным результатам [26, 27]. Из рис. 7а также видно, что максимум пульсаций достигается на расстоянии примерно 2L_c от среза сопла. Спектры пульсаций в этой точке, при условии их корректной нормировки, удобно использовать для сравнения различных струй. Временные истории пульсаций и продольной компоненты скорости преобразовывались в спектральные плотности



Рис. 7. (а) — Распределение нормированных среднего значения (I) и среднекваратично<u>го</u> значения пульсаций (II) продольной компоненты скорости вдоль оси струи; (б) — нормированные спектры L_u пульсаций продольной компоненты скорости в точке на оси струи $x = 2L_c$. 1 — данные измерений для M = 0.53 [25]; 2 — расчет для M = 0.53 [12], 3 — расчет для M = 2, проведенный в настоящей работе; 4 — закон "-5/3".

мощности L_u с помощью метода [28], которые затем нормировались на частотный диапазон и скорость истечения струи

$$\overline{L}_{u} = L_{u} f / (U_{i}^{2} \mathrm{St}) = L_{u} / (DU_{i}),$$

где f – частота пульсаций, $St = fD/U_i$ – число Струхаля. Нормированные спектры L_{u} показаны на рис. 76. Все спектры, полученные в измерениях и в расчетах, совпадают с достаточно хорошей точностью в пределах разрешаемого частотного диапазона, определяемого свойствами измерительной системы (в физическом эксперименте) или мелкостью расчетной сетки (в численном моделировании). Спектры характеризуются монотонным спаданием в области высоких частот по закону "-5/3", типичным для развитого турбулентного течения [29]. Таким образом, пульсационные характеристики течения, полученные в настоящем расчете для струи M = 2, также можно считать отчасти валидированными (до чисел Струхаля St \approx 0.8-1).

Далее была выполнена валидация расчета в части моделирования шума струи. В результате расчетов для пульсаций давления в дальнем звуковом поле были получены временные реализации длиной порядка $10^3 D/U_j$. Для последующего анализа рассчитывались спектральные плотности пульсаций давления (PSD) с частотным разрешением Δ St = 0.023 и, в некоторых случаях, с более высоким разрешением Δ St = 0.003 (для анализа узкополосных пиков).

Сначала было проведено сравнение результатов моделирования суммарного шума. Спектральные плотности мощности шума для углов наблюдения $\theta = 20^{\circ}$ и $\theta = 90^{\circ}$ (рис. 4а) приведены на рис. 8. Показаны результаты измерений, а также расчетов на грубой и основной сетках для контрольных поверхностей FWH2. Как видно, в области максимума спектров расчет достаточно хорошо (с погрешностью 1–2 дБ) соответствует данным измерений, при этом результаты, полученные на различных сетках, оказываются близки друг к другу.



Рис. 8. Спектры шума струи под углом $\theta = 20^{\circ}$ (красные линии 1, 3, 5) и $\theta = 90^{\circ}$ (синие линии 2, 4, 6): 1, 2 – эксперимент; 3, 4 – расчет на сетке 6 млн ячеек; 5, 6 – расчет на сетке 13 млн ячеек, расчетные спектры шума получены с использованием контрольной поверхности FWH2.

В области высоких частот происходит «завал» расчетных спектров, что связано с сильной диссипацией коротковолновых компонент сигнала на достаточно больших ячейках сетки. Основная расчетная сетка, как видно, позволяет смоделировать спектр шума струи в более широком частотном диапазоне (до чисел Струхаля St \approx 0.8). Результаты, полученные с помощью контрольных поверхностей FWH1, аналогичны представленным на рис. 8 с той лишь разницей, что завал спектров на высоких частотах в каждом случае начинается раньше, чем для спектров, полученных с помощью контрольных поверхностей FWH2, что связано с меньшим радиусом FWH2, т.е. их расположением в области более мелких ячеек сетки (рис. 3).

На рис. 9 показано сопоставление расчетных и измеренных [4] направленностей шума струи для различных чисел Струхаля и видно достаточно хорошее совпадение данных расчета и эксперимента для всех углов наблюдения на умеренных частотах. Отметим, что в расчете для чисел Струхаля ~0.1–0.2 наблюдается возрастание уровня шума в

направлении вверх по потоку (углы $\theta > 90^{\circ}$). Данный эффект будет рассмотрен ниже при анализе азимутальных гармоник шума струи.

Более детальный анализ шума струи может быть проведен с помощью разработанного в акустическом отделении ЦАГИ метода азимутальной декомпозиции (МАД), хорошо показавшего себя при анализе акустических характеристик различных турбулентных течений [4–6, 30–35]. Основная идея МАД заключается в разложении звукового поля по азимутальному углу φ . В подходе МАД звуковое поле струи в каждом сечении x = const раскладывается в ряд Фурье по азимутальным гармоникам

$$P(\varphi, x, t) = A_0(x, t) + A_1(x, t)\cos\varphi + B_2(x, t)\sin\varphi + A_2(x, t)\cos 2\varphi + B_2(x, t)\sin 2\varphi + \dots$$
(1)

Если значимых гармоник не более шести, что имеет место для шума турбулентных потоков, то для измерения достаточно шести микрофонов, при этом первые коэффициенты ряда Фурье (1) можно приближенно представить в виде линейных комбинаций измеряемых сигналов [30–35].



Рис. 9. Сравнение расчетных и измеренных направленностей шума струи для различных чисел Струхаля: (a) – St = 0.12; (б) – 0.18; (в) – 0.3; (г) – 0.5. Маркеры – эксперимент, линии – расчет.

Для проведения соответствующего эксперимента в заглушенной камере АК-2 применяется азимутальная решетка, состоящая из шести микрофонов [30], которые расположены в вершинах правильного шестиугольника с центром, лежащим на оси струи. Решетка может передвигаться вдоль оси струи, заметая цилиндрическую поверхность, окружающую струю (рис. 4б). Таким образом, данный метод позволяет строить распределения спектральных плотностей мощности азимутальных мод $a_n(x, f)$, $b_n(x, f)$, n = 0, 1, 2(f - частота) по продольной координате *x* в различных полосах частот. В численном моделировании есть возможность воспроизвести данную постановку эксперимента (рис. 4б), включая зону излучения вверх по потоку (x/D < -15), для которой измерения в заглушенной камере провести невозможно из-за геометрических ограничений измерительной системы.

На рис. 10 показаны направленности отдельных азимутальных мод для частот в области максимума спектра и их сопоставление с измеренными в работе [4]. Видно в целом хорошее совпадение расчетных данных с результатами измерений, хотя под малыми углами наблюдения (x/D > 30) для мод с азимутальными номерами n > 0 и проявляется некоторое расхождение между ними: измеренные азимутальные моды оказываются выше полученных в расчете. Это расхождение можно объяснить тем, что в эксперименте всегда имеется некоторая ошибка в установке микрофонов, приводящая к ограничению динамического диапазона МАД и, следовательно, не вполне корректному определению тех мод, интенсивности которых малы по сравнению с доминирующими модами [35]. Отметим также, что в расчете с хорошей точностью выполняется условие равенства синус- и косинус-мод одного порядка ($a_n = b_n, n > 0$), являющееся следствием осевой симметрии осредненных по времени звуковых пульсаций, что говорит о достаточной статистической сходимости численных результатов.

Учитывая приведенные выше результаты, можно заключить, что расчет, выполненный в настоящей работе, позволяет с приемлемой точностью воспроизвести достаточно сложную структуру акустического поля сверхзвуковой струи и может быть использован для более глубокого анализа механизмов генерации шума. Одним из преимуществ численных методов является возможность исследования различных физических параметров с пространственным разрешением, более высоким, чем то, которое может быть реализовано в физическом эксперименте. Так, в рассматриваемом случае, численное моделирование позволяет исследовать структуру звукового поля струи в широком диапазоне координат микрофонной решетки x/D или, что то же самое, углов излучения шума θ.

На рис. 11 показана полученная в расчете подробная спектральная карта суммарного шума исследуемой струи для цилиндрической поверхности радиуса R/D = 26.6, демонстрирующая распределение мощности звукового излучения по частотам (числам Струхаля) и по пространственной координате x/D. Видна концентрация излучения в области $x/D \approx 30-50$, что для данного радиуса азимутальной решетки соответствует диапазону углов излучения $\theta \approx 30^{\circ}$ -40°, и в области частот, соответствующих числам Струхаля St $\approx 0.1-0.5$.



Рис. 10. Направленности азимутальных мод для (а) — St = 0.123 и (б) — St = 0.182. Маркеры — эксперимент [4], линии — расчет. $1 - \text{мода} \ n = 0, 2 - n = 1, 3 - n = 2, 4 - n = 3.$



Рис. 11. Пространственно-частотная карта суммарного шума струи для цилиндрической поверхности R/D = 26.6 и линии ее сечения для анализа спектров и направленностей шума. Описание рисунка приведено в тексте.

Из карты также явно видно, что интенсивное излучение в направлении вверх по потоку ($x/D \le -15$) проявляется только на выделенных частотах в окрестности чисел Струхаля St ≈ 0.12, 0.18, 0.3. Для количественного анализа результатов удобно рассматривать сечения такой карты. Сечения линиями St = const (горизонтальные линии *a*, *б*, *в* на рис. 11) представляют собой направленности шума на данной частоте излучения, а сечения x/D = const (вертикальные линии 1, 2, 3 на рис. 11) — спектры шума для данного положения микрофонной решетки. Напомним, что верхняя граница частотного разрешения в настоящем расчете составляет St ≈ 0.8 , на более высоких частотах расчет дает заниженные уровни шума, поскольку используемая расчетная сетка оказывается слишком грубой для моделирования коротковолновых звуковых возмущений.

На рис. 12 приведены спектры суммарного шума и отдельных азимутальных мод в трех характерных сечениях карты (линии 1, 2, 3 на рис. 12): x/D = -77(направление вверх по потоку); x/D = 7 (боковое направление) и x/D = 40 (направление вниз по потоку — область максимального излучения). Для излучения вверх по потоку (x/D < 0) видно наличие пиков в спектре суммарного шума, причем различные пики принадлежат различным азимутальным модам (рис. 12а). Такой результат соответствует результатам работ [36, 37], в которой наличие пиков связывается с модами возмущений, существующими на начальном участке струи и резонансно усиливающимися в определенных частотных диапазонах, что приводит к излучению шума в направлении вверх по потоку.

Действительно, если рассмотреть спектры пульсаций давления на оси струи в ее потенциальном ядре вблизи сопла, то в них будут отчетливо заметны пики, соответствующие пикам в дальнем поле. На рис. 13 показаны спектр пульсаций давления на оси струи в ее потенциальном ядре и спектры осесимметричной и первой азимутальных мод в направлении вверх по потоку (x/D = -77). Для лучшего разрешения узкополосных пиков приведены



Рис. 12. Спектры суммарного шума (1) и отдельных азимутальных мод (2 — мода n = 0, 3 — синус- и косинус-моды n = 1, 4 — синус- и косинус-моды n = 2, 5 — мода n = 3). (a) — x/D = -77; (b) — x/D = 7; (b) — x/D = 40. Вертикальные линии обозначают примерную границу корректно разрешаемых в расчете частот.

спектры с повышенным частотным разрешением $\Delta St = 0.003$, которое получено за счет удлинения временной реализации преобразования Фурье с одновременным сокращением числа осреднений при оценке спектральной плотности по методу [28], что приводит к некоторой «изрезанности» спектров. Спектры с высоким разрешением позволяют увидеть характерную форму пиков с более

крутым правым склоном, что типично для указанного механизма [36, 37]. Поскольку пульсации на оси струи соответствуют осесимметричной моде [38], пики, наблюдаемые в спектре на оси струи, соответствуют пикам в спектре именно моды n = 0в дальнем поле. На рис. 13 также показаны верхние границы резонансного усиления мод n = 0 и n = 1, рассчитанные для струи M = 2 на основе



Рис. 13. *1* — Спектр пульсаций давления на оси струи при x/D = 1.2; *2*, *3* — спектры шума в дальнем поле при x/D = -77 для мод n = 0 и n = 1 соответственно. Для каждого случая показаны спектры с частотным разрешением Δ St = 0.023 (сплошные линии) и Δ St = 0.003 (пунктир). Вертикальными линиями отмечены границы резонансного усиления моды n = 0 (красный) и n = 1 (синий), рассчитанные для струи M = 2 на основе модели тангенциального разрыва [37].

модели тангенциального разрыва [37], которые хорошо соответствуют расположению пиков в соответствующих спектрах шума и пульсаций.

В боковом направлении спектры первых трех азимутальных мод сравнимы друг с другом по уровню и характеризуются гладкой формой (рис. 12б), что является косвенным признаком квадрупольности излучаемого шума. Поскольку в боковом направлении эффекты конвекции и рефракции малы, несложно количественно проверить выполнение «квадрупольного» масштабирования Лайтхилла [1] для шума струи, сравнив спектры для струй с различными скоростями истечения. Для спектральной плотности мощности *L* шума струи (выраженной в дБ) в боковом направлении величина

$$\overline{L} = L - 70 \lg U_{j} - 20 \lg \rho_{j} - 30 \lg D + 20 \lg r, \quad (2)$$

где ρ_j — плотность газа в струе, *r* — расстояние до точки наблюдения, не должна зависеть от параметров струи при фиксированных параметрах

окружающей среды [39]. На рис. 14 приведены нормированные в соответствии с (2) спектры \overline{L} шума струй М = 0.53 и М = 2. Видно, что после указанного масштабирования спектры шума дозвуковой и сверхзвуковой струй достаточно хорошо совпадают друг с другом, подтверждая доминирование квадрупольного механизма излучения в боковом направлении. Спектр шума, полученный в расчете, на высоких частотах (St > 1) «заваливается» вследствие недостаточного разрешения расчетной сетки.

В направлении вниз по потоку (x/D > 0) в шуме струи в области спектрального максимума определяющим является вклад осесимметричной моды a_0 (рис. 12в), что типично как для дозвуковых [9, 13, 41, 42], так и для сверхзвуковых струй [3–5]. Это доминирование хорошо видно при рассмотрении направленностей азимутальных мод для различных чисел Струхаля (St = 0.116, 0.186 и 0.3), показанных на рис. 15 (соответствуют сечениям $a, \, 6, \, 6$ на рис. 11). Выбранные значения St соответствуют пикам в спектре излучения «назад», и



Рис. 14. Нормированные в соответствии с (2) спектральные плотности мощности шума струй в боковом направлении ($\theta = 90^\circ$): *1* — струя M = 2, эксперимент [4]; *2* — струя M = 2, расчет, проведенный в настоящей работе (вертикальная линия обозначает примерную границу корректно разрешаемых в расчете частот); *3* — струя M = 0.53, эксперимент [40].



Рис. 15. Направленности азимутальных мод при различных числах Струхаля: (a) — St = 0.116; (б) — St = 0.186; (в) — St = 0.3. *1* — мода *n* = 0, *2* — *n* = 1, *3* — *n* = 2, *4* — *n* = 3.

для азимутальных мод, которым соответствует пик в спектре (n = 0 для St = 0.116 и n = 1 для St = 0.186, 0.3), наблюдается усиление шума вверх по потоку. Отметим, что при других значениях числа Струхаля, не совпадающих с пиками в спектре излучения вверх по потоку (рис. 12а), наблюдается стандартное убывание уровня шума при смещении наблюдателя вверх по потоку.

В боковом направлении, как видно, амплитуды первых трех азимутальных мод сравнимы друг с другом, причем формы их направленностей качественно соответствуют квадрупольным, наблюдающимся для дозвуковых струй [12, 41] и связанным с излучением шума мелкомасштабной турбулентностью слоя смешения. Количественные оценки направленностей квадрупольных источников шума в высокоскоростных струях требуют дальнейшего развития соответствующей теоретической модели [12, 41].

В направлении вниз по потоку на умеренных частотах в области углов наблюдения $\theta \approx 30^{\circ}-40^{\circ}$ (что соответствует значениям $x/D \approx 30-50$) наблюдается выраженный максимум осесимметричной моды именно он определяет максимальный уровень шума струи (рис. 12в, 15). Этот факт соответствует картине поля давления, изображенной на рис. 5б, на которой видны наиболее интенсивные звуковые волны. По структуре волн можно оценить, что они симметричны относительно оси струи (признак соответствия моде n = 0) и излучаются примерно под углом $\theta = 40^{\circ}$ к оси струи. Измерение длины волны позволяет оценить частоту наиболее интенсивного излучения, которая оказывается соответствующей St ≈ 0.3 , что соответствует максимуму спектра шума (рис. 12в). Таким образом, оценки, выполненные по картине поля давления, находятся в согласии с результатами, полученными на основе анализа спектров и направленностей излучения азимутальных мод.

В работах [3-5] было показано, что теоретическая модель, в которой основное излучение сверхзвуковой струи связывается с пакетами волн неустойчивости, позволяет достаточно хорошо описать направленность излучения основных азимутальных мод в области их наиболее интенсивного излучения вниз по потоку. На рис. 16а приведена направленность моды n = 0, вносящей основной вклад в общее излучение струи, полученная в численном моделировании и с помощью теории волн неустойчивости [4]. Отметим, что интенсивность излучения на рис. 16а построена в линейном масштабе, и хорошо видно, что теоретическая модель действительно корректно описывает зону максимального излучения. Однако, если построить интенсивность в логарифмическом масштабе (в дБ), как показано на рис. 16б, то становится заметно, что модель не позволяет описать излучение струи в боковом направлении и в направлении вверх по потоку, а также при малых углах к оси струи. Это связано с тем, что теория волн неустойчивости моделирует только один механизм генерации шума рассматриваемой струи. В то же время, как видно из проведенного выше анализа, излучение в боковом направлении и в направлении вверх по потоку может определяться другими механизмами, один из которых связан с мелкомасштабной турбулентностью в слое смешения, второй — с резонансно усиливающимися модами на начальном участке струи.



Рис. 16. Направленность осесимметричной моды при St = 0.3: (а) — в линейном масштабе; (б) — в логарифмическом. *1* — данные численного моделирования, *2* — расчет по теории волн неустойчивости [4].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выполнено численное моделирование аэроакустических характеристик сверхзвуковой струи, истекающей из сопла Лаваля в покоящееся пространство на расчетном режиме (число Маха M = 2). Представлены результаты расчетов методом крупных вихрей на сетке умеренного объема, содержащей около 13 млн ячеек. Полученные в расчете аэродинамические и акустические характеристики струи сопоставлены с имеющимися экспериментальными данными и показано их приемлемое соответствие, в том числе показано, что расчет достаточно хорошо воспроизводит сложную структуру шума сверхзвуковой струи в частотном диапазоне St $\approx 0.08-0.8$, включающем максимум излучения.

Для рассмотренной струи проведен анализ излучения отдельных азимутальных компонент шума в дальнем поле в широком диапазоне углов наблюдения, превышающем диапазон, доступный в экспериментах. Показано, что в зависимости от угла наблюдения картина излучения качественно меняется, и в общем шуме могут доминировать источники шума различного типа: резонансно усиливающиеся в определенных частотных диапазонах моды на начальном участке струи (вверх по потоку), мелкомасштабная турбулентность слоя смешения (в боковом направлении), крупномасштабные структуры — волны неустойчивости (в направлении вниз по потоку). Достаточно разработанная теоретическая модель шума имеется только для последнего источника, в то время как модели остальных механизмов генерации шума для расчетных сверхзвуковых струй пока не развиты в достаточной мере. Таким образом, для полного описания звукового излучения сверхзвуковой струи необходимо развитие теоретических подходов, описывающих все реализующиеся в ней механизмы шумообразования. Результаты численного моделирования, дополняющие данные физического эксперимента, могут быть использованы для разработки и тестирования таких подходов.

Авторы выражают благодарность В.Ф. Копьеву за полезные обсуждения данной работы, В.А. Копьеву — за предоставление данных измерений, С.А. Чернышеву — за предоставление результатов расчетов по модели волн неустойчивости.

Экспериментальные данные, использованные в работе, получены на базе УНУ «Заглушенная камера с потоком АК-2» ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ по соглашению № 075-15-2022-1036.

Работа выполнена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня «Сверхзвук» на 2020–2025 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение от 17 мая 2022 г. № 075-15-2022-1023).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Lighthill M.J. On sound generated aerodynamically: I. General theory // Proc. Royal Soc. Series A. 1952. V. 211. P. 564–581.
- Седельников Т.Х. О частотном спектре шума сверхзвуковой струи. Физика аэродинамических шумов. М.: Наука, 1967. 83.
- Tam C.K.W., Burton D.E. Sound generated by instability waves of supersonic flows: Part 2. Axisymmetric jets // J. Fluid Mech. 1984. V. 138. P. 273–295.
- Kopiev V., Chernyshev S., Zaitsev M., Kuznetsov V. Experimental validation of instability wave theory for round supersonic jet // AIAA Paper. 2006. AIAA-2006–2595.
- Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф., Чернышев С.А. Экспериментальное исследование роли волн неустойчивости в механизме излучения шума сверхзвуковой струей // Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 4. С. 124–133.
- Kopiev V., Zaitsev M., Chernyshev S., Ostrikov N. Vortex ring input in subsonic jet noise // Int. J. Aero-acoustics. 2007. V. 6. № 4. P. 375–405.
- 7. *Tam C., Aurialt L.* Jet mixing noise from fine-scale turbulence // AIAA Journal. 1999. V. 37. № 2. P. 145–153.
- Goldstein M.E. A generalized acoustic analogy // J. Fluid Mech. 2003. V. 488. P. 315–333.
- Копьев В.Ф., Чернышев С.А. Новаякорреляционная модель каскада турбулентных пульсаций как источника шума в струях // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 4. С. 482–497.
- Tam C.K., Viswanathan K., Ahuja K.K., Panda J. The sources of jet noise: experimental evidence // J. Fluid Mech. 2008. V. 615. P. 253–292.
- Крашенинников С.Ю., Миронов А.К., Бендерский Л.А. Анализ шумообразования турбулентных струй на основании исследования их ближнего акустического поля // Акуст. журн. 2018. Т. 64. С. 704–717.
- Бычков О.П., Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф., Фараносов Г.А., Чернышев С.А. О двух подходах к моделированию шума низкоскоростных дозвуковых струй // Докл. Росс. Акад. Наук. Физика, Технические Науки. 2022. Т. 506. № 1. С. 16–25.
- Копьев В.Ф., Чернышев С.А. Анализ вторичного звукового излучения в акустической аналогии с оператором распространения, содержащим вихревые моды // Акуст. журн. 2022. Т. 68. С. 647–669.
- Kopiev V.F. On the possibility and prospects of turbulent flow noise control // CD-ROM Proceedings. FM11-12156. XXI ICTAM. 15-21 August 2004. Warsaw. Poland.

15. Копьев В.А., Панкратов И.В., Копьев В.Ф., Ульяницкий В.Ю. Разработка плазменного актуатора на основе барьерного разряда для управления шумом турбулентной струи, истекающей из сверхзвукового сопла // Сборник Тезисов Всероссийского аэроакустического форума. 2021. С. 110–111.

- 16. *Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M.Kh.* Noise Prediction for Increasingly Complex Jets. Part I: Methods and Tests. Part II: Applications // Int. J. Aeroacoustics. 2005. V. 4. № 3–4. P. 213–266.
- Faranosov G.A., Goloviznin V.M., Karabasov S.A., Kondakov V.G., Kopiev V.F., Zaitsev M.A. CABARET method on unstructured hexahedral grids for jet noise computation // Computers & Fluids. 2013. V. 88. P. 165–179.
- Markesteijn A.P., Karabasov S.A. GPU CABARET solver extension to handle complex geometries utilizing snappyHexMesh with asynchronous time stepping // AIAA Paper. 2017. AIAA-2017-4184.
- Duben A.P., Kozubskaya T.K. Evaluation of quasi-one-dimensional unstructured method for jet noise prediction // AIAA Journal. 2019. V. 57. № 12. P. 5142-5155.
- 20. *Brès G.A., Lele S.K.* Modelling of jet noise: a perspective from large-eddy simulations // Phil. Trans. Royal Soc. A. 2019. V. 377. P. 20190081.
- Faranosov G.A., Kopiev V.F., Karabasov S.A. Application of azimuthal decomposition technique for validation of CAA methods // AIAA Paper. 2013. AIAA-2013-2238.
- 22. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1969. 824 с.
- Najafi-Yazdi A., Brès G.A., Mongeau L. An acoustic analogy formulation for moving sources in uniformly moving media // Proc. Royal Soc. A. 2011. V. 467. P. 144–165.
- 24. Ozawa Y., Ibuki T., Nonomura T., Suzuki K., Komuro A., Ando A., Asai K. Single-pixel resolution velocity/ convection velocity field of a supersonic jet measured by particle/schlieren image velocimetry // Experiments in Fluids. 2020. V. 61. № 129. P. 1–18.
- Бычков О.П., Фараносов Г.А. О связи пульсаций скорости и давления на оси и в ближнем поле турбулентной струи // Изв. РАН. МЖГ. 2021. № 4. С. 41–51.
- 26. Witze P.O. Centerline velocity decay of compressible free jets // AIAA Journal. 1974. V. 12. № 4. P. 417–418.
- Bridges J., Wernet M. Establishing consensus turbulence statistics for hot subsonic jets // AIAA Paper. 2010. AIAA-2010-3751.

- 28. Welch P. The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms // IEEE Trans. Audio Electroacoust. 1967. V. 15. № 2. P. 70–73.
- 29. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- Kopiev V.F., Zaitsev M.Yu., Chernyshev S.A. Sound radiation from a free vortex ring and a ring crossing an obstacle // AIAA Paper. 1998. AIAA-1998-2371.
- 31. Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф., Котова А.Н. Представление звукового поля турбулентного вихревого кольца суперпозицией квадруполей // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 6. С. 793-801.
- Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф. Механизм генерации звука турбулентностью вблизи твердого тела // Изв. РАН МЖГ. 2008. Т. 43. №. 1. С. 98–109.
- Бычков О.П., Копьев В.Ф., Фараносов Г.А. Азимутальная декомпозиция шума струи, истекающей из двухконтурного сопла // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 4. С. 415-426.
- 34. Faranosov G., Belyaev I., Kopiev V., Zaytsev M., Aleksentsev A., Bersenev Y., Chursin V., Viskova T. Adaptation of the azimuthal decomposition technique to jet noise measurements in full-scale tests // AIAA Journal. 2017. V. 55. № 2. P. 572–584.

- 35. Faranosov G., Belyaev I., Kopiev V., Bychkov O. Azimuthal structure of low-frequency noise of installed jet // AIAA Journal. 2019. V. 57. № 5. P. 1885–1898.
- Towne A., Cavalieri A.V., Jordan P., Colonius T., Schmidt O., Jaunet V., Brès G.A. Acoustic resonance in the potential core of subsonic jets // J. Fluid Mech. 2017. V. 825. P. 1113–1152.
- Bogey C. Tones in the acoustic far field of jets in the upstream direction // AIAA Journal. 2022. V. 60. № 4. P. 2397–2406.
- Cavalieri A.V.G., Rodriguez D., Jordan P., Colonius T., Gervais Y. Wavepackets in the velocity field of turbulent jets // J. Fluid Mech. 2013. V. 730. P. 559–592.
- Lush P.A. Measurements of subsonic jet noise and comparison with theory // J. Fluid Mech. 1971. V. 46. № 3. P. 477-500.
- 40. Бычков О.П., Фараносов Г.А. Экспериментальное исследование и теоретическое моделирование шума взаимодействия струи и крыла самолета // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 437–453.
- Kopiev V., Chernyshev S. Correlation model of quadrupole noise sources in turbulent jet: effect of refraction // AIAA paper. 2015. AIAA-2015-3130.
- 42. *Cavalieri A.V.G., Jordan P., Colonius T., Gervais Y.* Axisymmetric superdirectivity in subsonic jets // J. Fluid Mech. 2012. V. 704. P. 388–420.

ANALYSIS OF AEROACOUSTIC CHARACTERISTICS OF A SUPERSONIC JET AT DESIGNED CONDITIONS BASED ON NUMERICAL SIMULATION

O. P. Bychkov^a, I. Yu. Mironyuk^a, I. A. Solntsev^a, G. A. Faranosov^a, *, M. A. Yudin^a

^aFAI TsAGI, Research Moscow Complex TsAGI, Moscow, Russia

*e-mail: georgefalt@rambler.ru

The work is devoted to the numerical simulation of aeroacoustic characteristics of a supersonic jet issuing from a Laval nozzle at the design Mach number M=2. The results of the large-eddy simulations (LES) are presented. Characteristics of mean jet flow and its fluctuations, as well as the characteristics of the far-field jet noise, including its azimuthal content, are obtained. The results of the simulation are compared with experimental data and their acceptable agreement is shown. It is concluded that there are various noise generation mechanisms in the considered jet.

Keywords: supersonic jet, instability waves, numerical modeling, azimuthal modes

— АТМОСФЕРНАЯ И АЭРОАКУСТИКА —

УДК 551.596.1

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ НЕЛИНЕЙНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ОТ ИМПУЛЬСНЫХ ИСТОЧНИКОВ

© 2024 г. С. И. Косяков^{а, *}, С. Н. Куличков^{а, b}, А. А. Мишенин^a, Е. В. Голикова^a

^аФГБУН Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской академии наук, Пыжевский пер. 3, Москва, 119017 Россия

> ^bФизический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, ГСП-1, Ленинские горы 1, стр. 2, Москва, 119991 Россия

*e-mail: ksi1972.02@mail.ru

Поступила в редакцию 29.05.2024 г. После доработки 25.01.2024 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

Рассматриваются особенности распространения в атмосфере нелинейных импульсных акустических возмущений. Приводятся данные об экспериментальном наблюдении формирования ударного фронта и перехода ударной волны в малоинтенсивную акустическую волну с трансформацией формы импульса и расширением фронта на дистанциях более 1000 км в условиях как сферического, так и цилиндрического распространения. Обсуждается влияние неустойчивости Кельвина—Гельмгольца при быстром сжатии газа на формирование структуры ударного фронта. В условиях атмосферы такая неустойчивость существенно влияет на диссипативные процессы в воздухе и формирует фронт нелинейной волны.

Ключевые слова: слабые ударные волны, разрывный фронт, неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, энергия

DOI: 10.31857/S0320791924030122 **EDN:** ZLPICO

введение

Необходимость изучения особенностей распространения в атмосфере интенсивных нелинейных волн и закономерностей их трансформации в акустические возмущения заключается в разной оценке со стороны двух областей естествознания (физики взрыва и акустики взрыва) одного и того же явления — изменения формы нелинейной волны по мере ее распространения в атмосфере. Таким исследованиям посвящена достаточно обильная литература, см. например, [1–5].

Так, специалисты по физике взрыва, изучающие интенсивные взрывные волны, опираясь на исследования уравнений газовой динамики, приходят к выводу о сохранении нелинейной формы волны с сильным разрывом параметров течения во фронте (рис. 1а) на всех удалениях R от места взрыва (даже при $R \to \infty$). Другими словами, ширина фронта, даже при трансформации интенсивной взрывной волны в звуковое возмущение, должна определяться масштабом длины

свободного пробега молекул газа ($l_0 \sim 10^{-7}$ м), т.е. стремиться $\Delta_{R^+} \rightarrow l_0$.

Напротив, специалисты-акустики, исследующие закономерности дальнего распространения в атмосфере звука от взрыва, опираясь в конечном итоге на эти же уравнения газовой динамики (точнее, на математический аппарат, полученный из них в приближении геометрической акустики неоднородной движущейся среды) и наблюдая в многочисленных экспериментах взрывные волны с расширенной фронтовой областью (рис. 16), не только воспринимают их как волны сжатия акустической природы, но и экстраполируют форму волны с расширенным фронтом (когда $\Delta_{R^+} >> l_0$, рис. 2) к месту взрыва [6–7].

В настоящей работе, в соответствии с [2-3], фронтом или фронтовой областью волны считается часть газодинамического потока, в которой параметры течения изменяются от начального невозмущенного состояния до своего максимального значения (область 1-2 на рис. 1а).



Рис. 1. Форма волны от взрыва 1 кг тротила: (а) — результаты расчетов по уравнениям Эйлера [4]; (б) — экспериментальные данные [5]; *1* — приземная инверсия; *2* — нейтральная стратификация погранслоя атмосферы.

Актуальность изучения особенностей распространения в атмосфере интенсивных нелинейных волн и закономерностей их трансформации в акустические возмущения обусловлена также решением ряда важных прикладных задач. В частности, в задачах акустической экологии [8] речь идет о прогнозе параметров нелинейных акустических волн при массовых взрывах на карьерах или взрывном извержении вулканов, сверхзвуковом движении в атмосфере метеороида или выходе высокоскоростного поезда из туннеля, а также о прогнозе воздействия интенсивных волн на человека и другие живые организмы.

Отличительной чертой настоящей работы является использование для анализа и сопоставления с теорией значительного количества имеющихся экспериментальных данных, в том числе и данных, полученных авторами настоящей работы.



Рис. 2. Модель акустического импульса вблизи источника [6–7].

2. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ НЕЛИНЕЙНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

В [2–3] получены аналитические решения задачи о структуре фронта плоской нелинейной волны в газе, обладающем вязкостью и теплопроводностью. Приближение плоской воны в настоящее время широко применяется для исследования структуры фронта сферической волны на относительно большом ее удалении от источника. В [2–3] показано, что характер изменения параметров течения во фронте описывается соотношением

$$\eta_{\xi}(\xi) = \frac{\eta_{\xi 0} + \eta_{\xi +} K e^{\alpha \xi}}{1 + K e^{\alpha \xi}}, \qquad (1)$$

где $\eta_{\xi} = \{p/p_0; \rho/\rho_0; u_0/u; T/T_0\}$ — безразмерные давление, плотность, массовая скорость и температура, η_{ξ_0} и η_{ξ_+} — начальные и максимальные значения параметров газа, K и α — определяющие постоянные. Зависимость (1), обозначенная на рис. 3 серой линией (—), справедлива как для слабых волн (когда $\Delta p_+ = p_+ - p_0 << p_0$), так и для умеренных ($\Delta p_+ \sim p_0$) или интенсивных ($\Delta p_+ >> p_0$) волн.

Согласно рис. 3, используемые в настоящее время модели вязкого и теплопроводного газа формально приводят к бесконечной ширине фронта Δ_{R+} у волны любой интенсивности [2–3]. По этой причине вводится понятие эффективной ширины фронта, в пределах которой происходит основное изменение всех величин. Указанная ширина Δ'_{R+} определяется равенством



Рис. 3. Определение эффективной ширины фронта [2–3]; *1* — точное решение; *2* — приближенное решение.

 $|d\eta_{\xi} / d_{\xi}|_{max} = (\eta_{\xi+} - \eta_{\xi0}) / \Delta'_{R+}$ (рис. 3) и для нее получается следующая оценка [2–3]:

$$\Delta'_{R+} \sim l_0 \frac{p_0}{\Delta p_+}.$$
 (2)

Величина Δ_{R^+} обратно пропорциональна амплитуде Δp_+ волны, причем масштабом ее служит длина пробега молекул $l_0 \sim 10^{-7}$ м. С увеличением интенсивности волны при $\Delta p_+ \rightarrow \infty$, эффективная ширина стремится к нулю $\Delta_{R^+}^{/} \rightarrow 0$, что не имеет физического смысла. Отсюда делается логический вывод, что ширина фронта Δ_{R^+} волн на всех удалениях R от источника (даже при $R \rightarrow \infty$) составляет несколько длин свободного пробега молекул l_0 (что уже было отмечено во введении).

Данный вывод является математическим следствием из уравнений механики сплошной среды, основным постулатом которой является существование физически малого объема (ФМО) с характерным размером $\delta_{ph} >> l_0$. При этом характерный размер задачи должен быть $\delta_{\xi} >> \delta_{ph}$. В рассматриваемом случае $\delta_{\xi} \approx \Delta_{R+}$. Тогда вывод, что $\Delta_{R+} \sim l_0$, равносилен допущению $\delta_{ph} << l_0$. Поскольку это допущение противоречит постулату о ФМО, то соотношения типа (2) следует признать недостоверными. Исследователи, изучающие нелинейные волны в газах и использующие для этого уравнения механики сплошной среды, не имеют права выходить за ограничения $\delta_{\xi} >> l_0$ или $\Delta_{R+} >> l_0$.

Оценки типа (2), несмотря на свою противоречивость, подтверждаются не только результатами численного интегрирования кинетического



Рис. 4. Опытные значения эффективной ширины фронтовой области интенсивной нелинейной волны в ударных трубах [11].

уравнения Больцмана [9–11] для интенсивных волн в вязком и теплопроводном газе, но и экспериментальными данными, полученными в ударных трубах. На рис. 4 эти результаты представлены в виде эффективной ширины фронтовой области Δ'_{R+} , нормированной на длину свободного пробега молекулы l_0 .

Вместе с тем, результаты многочисленных экспериментальных исследований в атмосфере нелинейных волн от импульсных источников различной природы свидетельствуют о превышении фиксируемых в опытах параметров Δ_{R+} и t_{R+} (рис. 2) над теоретическими оценками типа (2) в $10^3 - 10^6$ раз. Так, показанные на рис. 1б эпюры $\Delta p(t)$ воздушной взрывной волны существенно отличаются по форме от прогнозируемой (рис. 1а) и обладают следующими фронтовыми параметрами: эпюра $1 - \Delta_{R^+} \approx 2.14$ м и $t_{R^+} \approx 6.3 \times 10^{-3}$ с; эпюра $2 - \Delta_{R^+} \approx 2.01$ м и $t_{R^+} \approx 5.9 \times 10^{-3}$ с (здесь и далее длительность фронтовой области определяется как $t_{R+} = \Delta_{R+}/D_+$, где D_+ – скорость волны [2-3]). Учитывая, что эффективная ширина фронта согласно (2) должна составлять несколько длин пробега молекул воздуха ($\Delta l_{R^+} < 10 \times l_0$), получаем, что экспериментальные значения Δ_{R+} превышают теоретические Δ'_{R^+} на 6 порядков.

На левых графиках рис. 5 показаны экспериментальные профили импульсов давления, зарегистрированные в неподвижном воздухе на удалениях R = 0.15-2 м от искрового разрядника с эквивалентной энергией $Q \sim 10^{-8}$ кг ТНТ [12–13]. При анализе этих графиков получены величины ширины фронтовой области $\Delta_{R^+} \approx 1-1.4$ мм ($t_{R^+} = 3-4$ мкс). Таким образом, у импульсов



Рис. 5. (а) — Зарегистрированные и (б) — рассчитанные профили нелинейных акустических импульсов на различных удалениях от искрового источника [12–13].

давления, приведенных на рис. 5а, экспериментальные значения Δ_{R+} превышают теоретические Δ'_{R+} на 3 порядка. На рис. 56 представлены рассчитанные профили нелинейной волны для тех же условий экспериментов с учетом термовязкой диссипации и дисперсии звука.

Результаты статистической обработки опытных данных для нелинейных волн на различных удалениях R от источников различной природы и различной энергии Q показаны на рис. 6. Они свидетельствуют об интересном факте. Среднее время t_R , за которое избыточное давление $\Delta p(t)$ во фронтовой области достигает максимума Δp_+ , зависит от расстояния R до источника [14–15],

$$t_{R+}/Q^{1/3} = 0,016 \times (R/Q^{1/3})^1, \text{ Mc/kr}^{1/3},$$
 (3)

с коэффициентом корреляции 0.933 при $R/Q^{1/3} \approx 0.5$ -400 м/кг^{1/3}. Эта зависимость отмечена



Рис. 6. Время нарастания избыточного давления до максимума Δp_+ в нелинейных сферических волнах от точечных источников [14–15]: 7 — осредненное сферическое расширение; 8 — осредненное цилиндрическое расширение; 9 — сферическое расширение под влиянием дисперсии звука. Остальные обозначения указаны в тексте.

на рис. 6 черной сплошной линией. Она демонстрируется на фоне опытных данных для волновых возмущений от взрывов конденсированных 1 и газовых 3 химических взрывчатых веществ, ядерных 2 взрывов, сверхзвуковых импульсных струй 4 и электрического пробоя воздуха 5, взрывного извержения вулкана или взрыва метеороида 6. В общей сложности, на рис. 6 представлено 3250 опытных точек для импульсных источников энергией $10^{-8} < Q < 10^{11}$ кг ТНТ.

Вся совокупность представленных на рис. 6 опытных данных показывает, что волновые возмущения, формирующиеся в атмосфере при импульсном выделении энергии совершенно различной природы, не имеют ударно-волнового характера. Для их описания уместнее использовать термин «нелинейная акустическая волна», что и делается в настоящей работе. Для описания же области нарастания избыточного давления до максимума в волне (рис. 2) уместнее использовать термин не «фронт», а «фронтовая область».

Эти же экспериментальные данные свидетельствуют о недопустимости применения приближения плоской волны — и соответственно теоретических оценок (2) — для исследования структуры фронтовой области нелинейных акустических волн, распространяющихся в атмосфере сферически или цилиндрически симметрично. Так, в одной из ранних работ К.А. Наугольных [1], в которой исследовались условия перехода нелинейной волны в акустическую, было установлено, что в отличие от плоской волны в расходящейся сферической волне длительность фронтовой области может стать меньше длительности фронтовой области соответствующей стационарной ударной волны вследствие медленности диссипативных процессов. Более короткая фронтовая область (чем у стационарной ударной волны) будет расширяться под действием диссипации, не испытывая влияния нелинейных эффектов, и волна становится линейной акустической.

Для дальнейшего изложения имеет значение *первая и основная особенность* распространения в атмосфере нелинейных акустических возмущений от импульсных источников — энергетическое подобие времени нарастания t_{R+} в очень широком диапазоне энергии $Q \sim 10^{-8}-10^{11}$ кг ТНТ и значительный линейный размер фронтовой области $\Delta_{R+} = D_+ t_{R+}$ с точки зрения теоретических представлений (2). Например, при

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

взрыве Челябинского метеороида с энергией $Q \sim 5 \times 10^8$ кг ТНТ [16], ширина фронтовой области формируемой волны (рис. 2) должна была составлять $\Delta_{R+} \approx 2-3$ м. При взрыве вулкана Хунга-Тонга-Хунга-Хаапай в Тихом океане с энергией $Q \sim 3 \times 10^{11}$ кг ТНТ [17], должна была формироваться волна с шириной фронта в $\Delta_{R+} \approx 20-30$ м.

С эффектом расширения фронтовой области по мере распространения нелинейной волны связана *вторая особенность* распространения в атмосфере акустических возмущений от импульсных источников.

Поскольку процесс сжатия газа в этой области является непрерывным и величина t_{R+} увеличивается с расстоянием R, а амплитуда волны (точки 2 на рис. 1) в целом распространяется со сверхзвуковой скоростью, то вступление волны (точки 1 на рис. 1) также распространяется со сверхзвуковой скоростью D_+ по покоящейся среде. Особенность состоит в том, что точка 1 является слабым разрывом и должна распространяться с местной скоростью звука c_0 .

С непрерывностью сжатия газа и большой шириной фронтовой области Δ_{R+} связана еще одна *третья особенность* распространения в атмосфере нелинейных акустических возмущений от импульсных источников. А именно, в рамках представлений об адиабатическом процессе в идеальной или вязкой средах невозможно объяснить эффект возрастания энтропии во фронтовой области сильной нелинейной волны.

Наконец, последняя четвертая особенность распространения в атмосфере акустических возмущений от импульсных источников проявляется на больших удалениях от источника $r/q^{1/3} > 400-500$ м/кг^{1/3}. Здесь энергетическое подобие расширения фронтовой области волны нарушается. На рис. 7 показано, что опытные данные для ядерного взрыва 2 и взрывов вулкана или метеорита 6 располагаются вокруг пунктирной линии, а аналогичные данные для взрыва тротила 1 располагаются вокруг непрерывной линии. Опытные данные 4 импульсной струи располагаются между двумя линиями. Следует отметить, что аналогичное нарушение энергетического подобия в зависимости от типа источника наблюдается и для остальных амплитудно-временных параметров волн (рис. 7).



Рис. 7. Амплитуды и длительности фаз сжатия и разрежения нелинейных сферических волн от точечных источников, [15]: 7 — осредненное сферическое распространение; 8 — осредненное цилиндрическое распространение. Остальные обозначения указаны в тексте.

3. ОБЪЯСНЕНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ОТ ИМПУЛЬСНЫХ ИСТОЧНИКОВ

В [18] выдвинута гипотеза, что волновые возмущения от слабых источников (энергией $Q \sim 0.01-0.1$ кг ТНТ) должны распространяться в устойчивом пограничном слое атмосферы цилиндрически симметрично. Опираясь на эту гипотезу, по уравнениям Эйлера методом крупных частиц проведены расчеты амплитудно-временных параметров волн (рис. 2) и для сферически симметричного, и для цилиндрически симметричного случаев. На рис. 7 изменение параметров волны, распространяющейся сферически симметрично, демонстрируется сплошными линиями. Обозначение здесь опытных данных аналогично обозначению на рис. 6.

Для данных, обведенных на рис. 7 пунктирными эллипсами, расчеты проведены в цилиндрической симметрии. Результаты этих расчетов представлены сплошными линиями на рис. 8. Анализируемые опытные данные здесь также отмечены пунктирными эллипсами. Символами 2 вновь обозначены данные для ядерных взрывов, символами 4 – сверхзвуковых импульсных струй, 6 – взрывного извержения вулкана или взрыва метеороида. Они демонстрируются на фоне аналогичных данных от источников цилиндрических волн: взрывов удлиненных зарядов конденсированных 1 и газовых 3 химических взрывчатых веществ, а также тел, летящих со сверхзвуковой скоростью 5. Вся совокупность опытных данных подтверждает и усиливает гипотезу [18].

В условиях устойчивой приземной инверсии для слабых источников большая часть энергии волны «захватывается» в акустический волновод толщиной 60—130 м. По этой причине на расстояниях R > 600-1300 м волна распространяется цилиндрически симметрично, поскольку пространство, где она распространяется, представляет цилиндр, радиус которого в 10 и более раз



Рис. 8. Амплитуды и длительности фаз сжатия и разрежения нелинейных цилиндрических волн от протяженных источников [15]: 7 — осредненное цилиндрическое распространение. Остальные обозначения указаны в тексте.

превышает высоту волновода. Однако на близких удалениях волна распространяется еще сферически симметрично.

Для акустических волн от мегатонных ядерных взрывов, взрывов вулкана Хунга-Тонга-Хунга-Хаапай или Челябинского метеорита на удалениях R > 500-1000 км атмосфера Земли также представляет тонкий слой воздуха, по которому волны и распространяются. В результате и в этом случае происходит изменение характера распространения акустико-гравитационных волн со сферического на цилиндрически симметричный.

Повторим этот же методический прием для анализа данных по параметру t_{R+} нелинейных волн. Опытные данные 2, 4, 6 из рис. 6, располагающиеся на удалениях $R/Q^{1/3} > 500$ м/кг^{1/3} вокруг пунктирной линии (---), представим в приведенных по энергии источника цилиндрических координатах $t_{R+}/Q_l^{1/2}$. Анализируемые данные отмечены на рис. 9 аналогично рис. 8.

Здесь же черной сплошной линией обозначена зависимость [19]

$$t_{R+}/Q_l^{1/2} = 0.05(R/Q_l^{1/2})^{3/4}, \text{ MC}(M/\text{Kr})^{1/2},$$
 (4)

где Q_l – погонная энергия импульсного протяженного источника, кг/м. Ввиду меньшего количества экспериментальных точек, чем для сферических волн, эта зависимость имеет скорее качественный характер. Однако она демонстрирует закон энергетического подобия расширения фронтовой области, но уже у цилиндрических волн. В виду своей универсальности закон (4) позволяет оценить ширину фронтовой области нелинейной волны, возникающей в атмосфере, например, при молниевом разряде в грозу или при пролете со сверхзвуковой скоростью метеороида.

Таким образом, разрешение последней *четвертой особенности* на удалениях $R/Q^{1/3} > 400-500$ м/ кг^{1/3} от источника состоит в учете геометрического фактора распространения акустических возмущений в тонком слое устойчивого пограничного слоя атмосферы или в атмосфере целиком. Вместе с тем, остальные особенности так просто не объяснить.



 $K/Q_1^{1/2}$, $M^{3/2}/K\Gamma^{1/2}$

Рис. 9. Время нарастания избыточного давления до максимума Δp_+ в цилиндрических волнах от протяженных источников [19]: 7 — осредненное цилиндрическое расширение. Остальные обозначения указаны в тексте.

Молекулярно-кинетический механизм, диффузия и терморелаксация частиц атмосферного аэрозоля [2–3, 12–13] обладают общим структурным недостатком. В их рамках расширение фронтовой области — см. формулу (2) — определяется фронтовыми значениями параметра Δp_+ . Следовательно, на одинаковом приведенном расстоянии $R/Q^{1/3}$ от источника в силу энергетического подобия Δp_+ абсолютная ширина фронтовой области Δ_{R+} будет одинаковой для волн от источников разной энергии Q. Данный результат противоречит опытным данным на рис. 6.

Другое негативное соображение общего характера состоит в следующем. Указанные механизмы, температурная инверсия пограничного слоя атмосферы и атмосферная турбулентность, ветер или подстилающая поверхность оказывают несомненное влияние на фронтовые параметры Δ_{R+} и t_{R+} нелинейной волны. Однако это влияние не является решающим. В совокупности всех опытов, нашедших отражение на рис. 6, реализовалось множество различных ситуаций с погодными и климатическими условиями, временами суток и года, типами подстилающей поверхности, типами импульсных источников. Все это внесло свой вклад в разброс опытных данных. Если же исходить из того, что средняя опытная зависимость (3) обусловлена перечисленными факторами, то тогда из соображений подобия и размерности следует заключить, что с увеличением линейного масштаба источника (характеризуемого значением $Q^{1/3}$) пропорционально изменяются характеристики окружающей среды — иначе не будет обеспечено геометрическое подобие. Диапазон энерговыделений в импульсных источниках, нашедших отражение на рис. 6, составляет $10^{-8} < Q < 10^{11}$ кг ТНТ. Следовательно, их линейные масштабы отличаются на 6 порядков. Физически трудно представить изменение в 10^6 раз характеристик окружающей среды в пределах трасс распространения нелинейных волн.

В [12–13] предполагается, что расширение фронтовой области происходит за счет растягивания волнового пакета в результате монотонного отставания низкочастотных гармоник, содержащихся в спектре волны, от высокочастотных гармоник, т.е. под влиянием дисперсии звука. Об этом свидетельствуют результаты теоретических исследований [12–13], представленные графиком (-·-·-) на рис. 6, построенным по результатам анализа правых графиков на рис. 5.



Рис. 10. Адаптация неустойчивости Кельвина–Гельмгольца к условиям интенсивной волны [20]: (—) и (---) — изменение параметров течения во фронте; (~~~) — начальные возмущения течения.

Средний темп расширения фронтовой области нелинейной волны под влиянием дисперсии звука не зависит ни от фронтовых параметров волны, ни от типа и энергии Q источника. Следовательно, дисперсия звука может обеспечить геометрическое подобие величин Δ_{R^+} и t_{R^+} . Но график (-·-·-) на рис. 6 показывает, что на удалениях $R/Q^{1/3} < 10^3$ м/кг^{1/3} расширение фронтовой области за счет дисперсии звука оказывается на порядок ниже, чем это наблюдается в опытах. Этот факт позволяет предположить существование некоторого механизма, обеспечивающего на порядок более интенсивное расширение фронтовой области. Если этот гипотетический механизм перестает действовать, то расширение должно осуществляться за счет дисперсии звука. Исходя из этого, график (---) можно считать предельной зависимостью, ниже которой экспериментальные данные $t_{R+}/Q^{1/3}$ не должны попадать.

Из всего выше перечисленного следует важный вывод — гипотетический механизм расширения фронтовой области, по крайней мере, на расстояниях $R/Q^{1/3} < 400-500$ м/кг^{1/3} необходимо разыскивать в рамках представлений об идеальной среде. Это автоматически обеспечит геометрическое подобие. В [20] предположено, что расширение обусловлено интенсивным перемешиванием воздуха во фронтовой области, из-за развития здесь неустойчивости Кельвина—Гельмгольца (НКГ) при быстром сжатии газа.

Схема адаптации НКГ к условиям фронтовой области интенсивной нелинейной волны шириной Δ_{R+} приведена на рис. 10а. Изменение в этой области средних характеристик (массовой скорости и, плотности ρ , давления Δp воздуха) предполагается монотонным. ФМО воздуха в форме куба разделим плоскостью «π», наклоненной к направлению движения волны, на два равных объема 1 и 2. Центр тяжести объема 2 расположен ближе к источнику, поэтому можно считать, что $u_2 > u_1$ и $\rho_2 > \rho_1$. Проецируя на эту плоскость среднюю массовую скорость *u*₁ и *u*₂ соответствующих половинок физически малого объема, получаем локальную картину сдвигового течения сплошной среды, вызванного градиентом скорости, типичную для развития НКГ [21]. Роль внешней массовой силы играют силы инерции газа $J_1 = -\rho_1 a_1$ и $J_2 = -\rho_2 a_2 (a_1, a_2 - \text{уско-}$ рения движения соответствующих объемов), которые достигают в интенсивной волне величин $a \sim$ 10⁶—10⁷ м/с².

В силу специфики НКГ возмущения параметров движения газа в плоскости «л», обусловленные их



Рис. 11. Картина развития неустойчивости Кельвина-Гельмгольца во фронтовой области волны.

флуктуациями и неравновесностью сдвигового деформирования, должны экспоненциально нарастать. Начальные возмущения могут возникать, например, вследствие пространственно-временной неоднородности процесса релаксации возбужденных колебательных и вращательных степеней свободы молекул, энергия которых переходит в энергию их поступательного движения.

Для упрощения задачи трансформируем физически малый объем в квадрат ABCD на рис. 106 со стороной Δr и развернем его на угол $\phi = \pi/4$ (рис. 10б). Точка № 1 обозначает центр масс треугольника BCD, точка № 2 — центр масс треугольника ABD. Движение воздуха рассматривается в системе координат, движущейся со скоростью **u**₁. Тогда треугольник BCD покоится, а треугольник ABD скользит по линии BD и внедряется в треугольник BCD со скоростями v и w. На движение воздуха накладываются возмущения $v^{/}$, $w^{/}$. Таким образом, по аналогии с задачами развития турбулентности предполагается, что истинное значение скорости течения может быть представлено в виде суммы средней и пульсационной части — $\mathbf{v} + \mathbf{v}'$ и $\mathbf{w} + \mathbf{w}^{\prime}$.

Расчет развития неустойчивости Кельвина– Гельмгольца производился в области MNPQ (на рис. 10б), большей по размерам, чем область ABCD (на рис. 10б). Этим обеспечивалось уменьшение влияния граничных условий на развитие возмущений НКГ. Расчет проводился методом крупных частиц.

Численная постановка задачи и обоснование достоверности применения метода крупных частиц при моделировании НКГ демонстрируется в [22]. В расчетах размер ФМО $\Delta r = \Delta_{R+}/400$.

Начальные возмущения принимались периодическими и имели длину $\lambda = \Delta r/4$, $\Delta r/40$ и $\Delta r/400$. Их амплитуды ν'_0 и w/₀ составляли 5×10^{-4} , 2.5×10^{-3} , 5×10^{-3} и 10^{-2} долю от максимальной массовой скорости u_+ в волне. Количество ячеек конечно-разностной расчетной сетки задавалось из условия, чтобы на длине λ укладывалось 100 счетных ячеек.

Характерная картина развития НКГ, полученная в расчетах при начальных условиях $Q = 10^3$ кг ТНТ, $R/Q^{1/3} = 10$ м/кг^{1/3}, $\Delta_{R+} = 0.628$ м и $\nu'_0 = w'_0 = 10^{-2}u_+$, показана на рис. 11 изолиниями равных плотностей (возрастание времени *t* слева направо и сверху вниз). Хорошо видно формирование микроструй, возникающих на границе раздела. Затем наблюдается их рост. На границе раздела противоположно направленных микроструй под влиянием вторичной НКГ возникают завихрения, которые начинают искажать микроструи, опрокидывая их. В дальнейшем микроструи опрокидываются и разрушаются, создавая на границе раздела вихревую пелену.

После разрушения микроструй следует ожидать следующую стадию НКГ. При этом возмущения на новой стадии могут возникать из неоднородностей в вихревой пелене, оставшейся на границе раздела от предыдущей стадии НКГ. В дальнейшем процесс может вновь повторяться.

Противоположно направленные микроструи, движущиеся с различными дополнительными скоростями u' в каждом физически малом объеме воздуха, должны приводить к обмену массой $\Delta m'$, импульсом $\Delta S'$ и энергией $\Delta E'$ между

группами соседних ФМО внутри фронтовой области (рис. 12). В результате должно происходить нарушение лагранжевости течения (становится невозможным уровень описания, идентифицирующий индивидуальный ФМО воздуха) и должна возникать организованная диффузия (диффузия не на микро, а на мезоуровне). Это должно приводить к расширению фронтовой области волны.

Ширина зоны $\delta = \lambda_m/2$ массо-энергообмена определяется средней длиной волны λ_m спектра неустойчивых мод возмущений. В соответствии с принятой классификацией [23] процесс распространения фронтовой области в газах можно назвать автоволновым процессом с конвективной (сносовой) неустойчивостью.

Ниже для сферической симметрии представлены уравнения нелокальной трехпотоковой газодинамической (НЛТП) модели трансформации интенсивной нелинейной волны в слабое звуковое возмущение [20]:



Рис. 12. Физический механизм расширения фронтовой области волны [20]: (—) — изменение параметров течения во фронте; (|) — границы физически малых объемов воздуха.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u r^2)}{r^2 \partial r} = \frac{\alpha f_u}{r^2 \delta} \int_{r-\delta}^{r+\delta} \left[\rho \left(r', t \right) u \left(r', t \right) \left(r' \right)^2 - \rho \left(r, t \right) u \left(r, t \right) r^2 \right] f \left(r' - r \right) dr',$$

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 r^2)}{r^2 \partial r} + \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\alpha f_u}{r^2 \delta} \int_{r-\delta}^{r+\delta} \left[\rho \left(r', t \right) u^2 \left(r', t \right) \left(r' \right)^2 - \rho \left(r, t \right) u^2 \left(r, t \right) r^2 \right] f \left(r' - r \right) dr',$$

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u E r^2)}{r^2 \partial r} + \frac{\partial (\rho u r^2)}{r^2 \partial r} = \frac{\alpha f_u}{r^2 \delta} \int_{r-\delta}^{r+\delta} \left[\rho \left(r', t \right) E \left(r', t \right) u \left(r', t \right) \left(r' \right)^2 - \rho \left(r, t \right) E \left(r, t \right) u \left(r, t \right) r^2 \right] f \left(r' - r \right) dr.$$
(5)

Здесь f(r'-r) — функция плотности пространственного распределения дополнительных потоков массы, импульса и энергии в зоне мезодиффузии, α — относительная совокупная площадь поперечных сечений струй, покидающих ФМО. При этом α , $f_u = u'/u$ и δ — материальные функции, подлежащие определению по результатам расчетов и экспериментов. Замыкают систему (5) уравнения состояния воздуха.

Аналогичное нарушение лагранжевости течения (когда невозможно описать индивидуальный физически малый объем воздуха) проявляется и в известных уравнениях Рейнольдса для турбулентного движения газа. В их правых частях появляются источниковые члены, определяемые корреляциями между пульсационными составляющими потока. Эти источниковые члены замыкаются таким образом, чтобы обеспечивались законы сохранения для средних характеристик потока. Математическая модель (5) построена в полном соответствии с описанным подходом. Здесь величины ρ , u, E, p в левых частях уравнений — это средние характеристики газодинамического потока. Правые же части уравнений представляют собой источниковые члены пульсационной природы.

Проверка принципиальной возможности воспроизведения математической моделью (5) экспериментально наблюдаемого расширения фронтовой области нелинейной волны проведена на задаче о сферически симметричном распространении в воздухе волны от взрыва заряда тротила массой от 0.1 до 10³ кг.

Интегрирование уравнений (5) осуществлялось методом крупных частиц [24, 25] на сетке с равномерным шагом $\Delta r = 1$ мм, когда влияние схемной вязкости метода на расширение фронтовой области не превышает 10%. Величины α , f_u и δ задавались константами $\alpha = 0.5$, $f_u = 0.2$ и $\delta = 2 \times 10^{-3}$ м, а функции f(r/r) — плотностью равномерного распределения струйного потока по пространству

$$f(r'-r) = \begin{cases} 0 \text{ при } \left| r' - r \right| > \delta, \\ \frac{1}{\delta} \text{ при } \left| r' - r \right| \le \delta. \end{cases}$$

На рис. 13а пунктирными линиями (---) показаны результаты расчетов. Экспериментальная зависимость (3) обозначена как (—). Штрих-пунктиром (-···-) обозначена расчетная зависимость для Q = 1 кг ТНТ на сетке с шагом $\Delta r = 1$ мм. Наконец, символами (•) показаны значения экспериментальных данных из рис. 6. На удалениях $R/Q^{1/3} < 10$ м/кг^{1/3} расчетные графики (---) для t_{R+} , полученные при изменении энергии Q взрыва на четыре порядка, располагаются около зависимости (3), отличаясь от нее не более, чем на 30%.

Для случая небольшого удаления от источника интегральные члены в правых частях уравнений (5) сводятся к диффузионным членам в уравнениях локального приближения НЛТП-модели (5) [26]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u r^2)}{r^2 \partial r} = D_u \frac{\partial^2 \rho}{\partial r^2} + D_\rho \frac{\partial^2 u}{\partial r^2},$$

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 r^2)}{r^2 \partial r} + \frac{\partial p}{\partial r} = D_u u \frac{\partial^2 \rho}{\partial r^2} + 2D_\rho \rho \frac{\partial^2 u}{\partial r^2},$$

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u E r^2)}{r^2 \partial r} + \frac{\partial (\rho u r^2)}{r^2 \partial r} = D_u E \frac{\partial^2 \rho}{\partial r^2} + D_\rho E \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + D_u \rho \frac{\partial^2 E}{\partial r^2}.$$
(6)

Здесь коэффициенты диффузии $D_u = L_m u$, $D_\rho = L_m \rho$ и $D_E = L_m E$ не являются классическими, так как пропорциональны линейному масштабу мезодиффузии (пути перемешивания) — $L_m = \frac{1}{3} \alpha f_u \delta$. Исходя из этого результата, можно заметить, что нелокальная трехпотоковая газодинамическая модель (5) в целом описывает диффузионно-конвективный процесс при высоких скоростях сжатия, причем диффузия осуществляется не на микро-, а на мезоуровне.

На рис. 13б пунктирными линиями (---) вновь показаны результаты расчетов расширения фронтовой области воздушной волны от взрыва заряда тротила массой от 0.1 до 10^3 кг. На удалениях $R/Q^{1/3} < 100$ м/кг^{1/3} они удовлетворительно согласуются с экспериментальной зависимостью (3), обозначенной как (—), отличаясь от нее не более, чем на 45%. В расчетах линейный масштаб мезодиффузии определялся как [26]

$$L_m = 8.7 \times 10^{-3} r_0 (1 + 0.15/\chi),$$

где *r*₀ – радиус эквивалентного заряда тротила.



Рис. 13. Результаты интегрирования (а) — уравнений (5) НЛТП-модели и (б) — уравнений (6) ее локального приближения методом крупных частиц [20]: *1* — осредненное сферическое расширение; *2* — расчеты для взрыва 0.1 кг ТНТ; *3* — расчеты для взрыва 1 кг ТНТ; *4* — расчеты для взрыва 10³ кг ТНТ.

Следует отметить, что математические модели (5) и (6) не исходят из представлений о вязких свойствах газа. Непосредственной причиной расширения фронтовой области нелинейной волны является мезодиффузия, т.е. перемешивание воздуха, возникающее в идеальном газе вследствие развития НКГ. Данный механизм индеферентен по отношению к природе импульсного источника, поскольку связан со свойствами и природой высокоскоростного сжатия газов. Учет предлагаемого механизма мезодиффузии (диффузии на мезоуровне) позволяет объяснить указанные выше особенности нелинейных волн.

Так, микроструи, формирующиеся во фронте волны в результате развития неустойчивости Кельвина—Гельмгольца, обладают дополнительными скоростями и обгоняют фазу максимального давления. Это обеспечивает сверхзвуковую скорость движения вступления волны. Производство энтропии также обеспечивается за счет развития микроструй во фронте нелинейной волны в результате необратимого перемешивания воздуха, то есть мезодиффузии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение остановимся на *первой и основ*ной особенности распространения в атмосфере нелинейных акустических возмущений от импульсных источников. Из аналитических решений типа (2) для ширины фронта плоской волны следует, что у волнового возмущения любой конечной амплитуды фронт не расширяется и составляет несколько длин свободного пробега молекул газа. Этот вывод надежно подтверждается результатами многочисленных экспериментальных исследований в ударных трубах, в том числе демонстрируемых на рис. 4.

Вместе с тем, в статье представлены многочисленные опытные данные о расширении фронтовой области нелинейной волны при ее распространении в атмосфере как сферически симметрично, так и цилиндрически симметрично. Практика, как критерий истины, не может противоречить сама себе. Отсюда можно сделать вывод, что на расширение фронтовой области определяющее влияние оказывает геометрическая расходимость задачи.

Соответственно, в статье ни в коей мере не ставятся под сомнения результаты многочисленных теоретических и экспериментальных исследований плоских волн. Здесь ставится вопрос об обоснованности и допустимости переноса

представлений о расширении фронта плоской волны на случаи сферически и цилиндрически симметричного распространения нелинейных волн в атмосфере.

В частности, вся совокупность опытных данных и их теоретическая интерпретация, представленные в настоящей статье, подтверждают выводы К.А. Наугольных [27], что задача о распространении сферических волн может быть решена с помощью эквивалентной задачи о распространении плоских волн, но в среде не с постоянной, а с экспоненциально меняющейся вязкостью. Тогда для нелинейных волн, распространяющихся в атмосфере, экспоненциально меняющаяся вязкость воздуха должна быть обусловлена развитием неустойчивости Кельвина—Гельмгольца при быстром сжатии воздуха во фронте волны, что существенно влияет на диссипативные процессы в воздухе, сжимаемом во фронте волны.

Наконец, представленные в статье данные показывают, что при формировании нелинейного акустического импульса в атмосфере в качестве его модели вблизи источника следует выбирать сигнал на рис. 2.

Работа выполнена по госзаданию: 1. Тема FMWR-2022-0017 – Введение, разделы 1, 2; и 2. Тема 17.1 – Заключение, раздел 3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Наугольных К.А.* О переходе ударной волны в акустическую // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 4. С. 579–583.
- Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики: Учеб. пособие: для вузов. – 3-е изд., доп. М.: Наука. Гл. ред. физ.мат. лит., 1992. 424 с.
- 3. *Арутюнян Г.М.* Термодинамическая теория гетерогенных систем. М.: Физматлит, 1994. 272 с.
- Белицкий А.В., Бондаренко Ю.А., Свидинский А.В., Хорошко А.Н. Точность определения параметров фугасного действия взрыва. // Материалы 42 науч.-техн. конф. «Проектирование систем». М.: Изд-во ФГУП «НТЦ Информтехника», 2015. Т. 1. С. 185–189.
- 5. Рыбнов Ю.С., Кудрявцев В.И., Ефремов В.Ф. Экспериментальные исследования влияния приземного слоя атмосферы и подстилающей поверхности на амплитуду слабых воздушных ударных волн от наземных химических взрывов // Физика горения и взрыва. 2004. Т. 40. № 6. С. 98–100.

- 6. *Куличков С.Н.* О распространении волн Лэмба в атмосфере вдоль земной поверхности // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23. № 12. С. 1251–1262.
- Pierce A.D., Moo Ch.A., Posey J.W. Generation and Propagation of Infrasonic Waves, Air Force Cambridge Research Laboratories, AFCRL-TR-73-0135, AD766472, L.G. Hanscom Field, Bedford, MA, USA, April 1973. 158 p.
- Руденко О.В., Маков Ю.Н. Звуковой удар: от физики нелинейных волн до акустической экологии (обзор) // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 3–30.
- Четверушкин Б.Н. Кинетически-согласованные схемы в газовой динамике: новая модель вязкого газа, алгоритмы, параллельная реализация, приложения. М.: Изд.-во МГУ, 1999. 232 с.
- Schwartz L.M. and Hornig D.F. Navier-Stokes calculations of argon shock wave structure // Physics of Fluids. 1963. V. 6. № 12. P. 1669–1675.
- Вилков К.В. Комплексная расчетно-теоретическая методика моделирования процессов, сопровождающих импульсное энерговыделение в конденсированных средах: Дис. канд. физ. мат. наук: 01.02.05. Москва, 2004. 132 л.
- Хохлова В.А. Взаимодействие слабых ударных волн в диссипативных и случайно-неоднородных средах применительно к задачам медицинской и атмосферной акустики. Дис. доктора физ.-мат. наук: 01.04.06. Москва, 2012. 232 л.
- Аверьянов М.В. Экспериментальная и численная модель распространения нелинейных акустических сигналов в турбулентной атмосфере. Дис. канд. физ.-мат. наук: 01.04.06. Москва, 2008. 158 л.
- Косяков С.И., Куличков С.Н., Мишенин А.А. Новые способы оценки энергии импульсных источников по результатам регистрации акустических волн в атмосфере // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 8. С. 1034–1040.
- Косяков С.И., Куличков С.Н., Чунчузов И.П. Влияние устойчивости пограничного слоя атмосферы на параметры распространяющихся в нем акустических волн // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 4. С. 508–519.
- Сорокин А.Г. Инфразвуковое излучение Челябинского метеороида // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 1. С. 101–105.

- Kulichkov S.N., Chunchuzov I.P., Popov O.E. et al. Acoustic-Gravity Lamb Waves from the Eruption of the Hunga-Tonga-Hunga-Hapai Volcano, Its Energy Release and Impact on Aerosol Concentrations and Tsunami // Pure Appl. Geophys. 2022. V. 179. P. 1533–1548.
- Чунчузов И.П. Оценка нелинейных эффектов при распространении акустического импульса в приземном слое атмосферы в инверсионных условиях // Изв. АН СССР. ФАО. 1986. Т. 22. № 2. С. 151–159.
- 19. Косяков С.И., Куличков С.Н., Мишенин А.А. Структура фронта головного скачка уплотнения // Аэрокосмическая техника и технологии. 2023. Т. 1. № 2. С. 33-42.
- 20. Евтерев Л.С., Косяков С.И. Механизм и математическая модель трансформации сильной ударной волны в воздухе в непрерывное возмущение // Докл. Акад. наук. 2008. Т. 419. № 3. С. 334–337.
- Степанянц Ю.А., Фабрикант А.Л. Распространение волн в сдвиговых потоках. М.: Наука, Физматлит, 1996. 240 с.
- 22. Kosyakov S.I., Kulichkov S.N., Chkhetiani O.G. and Tsybulskaya N.D. Mathematical simulation of the Kelvin Helmholtz instability using the method of large particles // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2019. V. 231. P. 012028.
- 23. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны. М.: Наука, Физматлит, 1997. 496 с.
- 24. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1982. 392 с.
- 25. Косяков С.И., Самоваров А.Н., Васильев Н.Н. Метод Крупных частиц в задаче о распространении ВУВ в безграничной однородной атмосфере // Вопросы оборонной техники. Серия 16. Технические средства противодействия терроризму. 2016. Вып. 11–12 (101–102). С. 96–102.
- 26. Косяков С.И., Самоваров А.Н., Васильев Н.Н. Математическая модель распространения сильной взрывной волны в воздухе как процесса с непрерывно изменяющимися параметрами // Вопросы оборонной техники. Серия 16. Технические средства противодействия терроризму. 2017. Вып. 9–10 (111–112). С. 24–30.
- 27. *Наугольных К.А., Солуян С.И., Хохлов Р.В.* Сферические волны конечной амплитуды в вязкой теплопроводящей среде // Акуст. журн. 1963. Т. 9. № 1. С. 54–60.

FEATURES OF PROPAGATION IN THE ATMOSPHERE OF NONLINEAR ACOUSTIC DISTURBANCES FROM PULSE SOURCES

S. I. Kosyakov^{a, *}, S. N. Kulichkov^{a, b}, A. A. Mishenin^a, E. V. Golikova^a

^aFGBUN Institute of Atmospheric Physics named after. A.M. Obukhov Russian Academy of Sciences, Pyzhevsky lane. 3, Moscow, 119017 Russia

^bFaculty of Physics, Moscow State University named after M.V. Lomonosova, GSP-1, Leninskie Gory 1, building 2, Moscow, 119991 Russia

*e-mail: ksi1972.02@mail.ru

The features of the propagation of nonlinear pulsed acoustic disturbances in the atmosphere are considered. Data are presented on the experimental observation of the formation of a shock front and the transition of a shock wave into a low-intensity acoustic wave with transformation of the pulse shape and expansion of the front at distances of more than 1000 km under conditions of both spherical and cylindrical propagation. The influence of Kelvin-Helmholtz instability during rapid gas compression on the formation of the shock front structure is discussed. Under atmospheric conditions, such instability significantly affects dissipative processes in the air and forms the front of a nonlinear wave.

Keywords: feature; weak shock waves; rupture front; Kelvin-Helmholtz instability; energy

— АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ. ШУМЫ И ВИБРАЦИИ —

УДК 534.83

ОПТИМИЗАЦИЯ ДИССИПАТИВНЫХ ГЛУШИТЕЛЕЙ ШУМА

© 2024 г. А. И. Комкин^{а, *}, А. И. Быков^а, Л. С. Карнаухова^а

^аМосковский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ул. 2-я Бауманская 5, Москва, 105005 Россия

*e-mail: akomkin@mail.ru

Поступила в редакцию 10.10.2023 г. После доработки 10.10.2023 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

Рассмотрена методика подбора конфигурации диссипативных глушителей с требуемой акустической эффективностью. Особенность рассматриваемого подхода состоит в использовании интегрального показателя акустической эффективности и безразмерных геометрических параметров. Исследования проводились с помощью расчетов методом конечных элементов. В конечноэлементной модели диссипативного глушителя использовались акустические характеристики волокнистого звукопоглощающего материала, полученные по результатам экспериментальных исследований.

Ключевые слова: звукопоглощающий материал, глушитель, акустические характеристики, численный расчет

DOI: 10.31857/S0320791924030133 EDN: ZKSOYA

ВВЕДЕНИЕ

Диссипативные глушители шума широко используются для снижения газодинамического шума машин. Их расчету посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных авторов. При этом широкое распространение получили различные методы их расчета, как аналитические [1–10], так и численные [11, 12]. В [13] проведено сравнение этих двух подходов расчета диссипативных глушителей шума. Вместе с тем такие методы позволяют решать только прямую задачу — определение акустических характеристик глушителя заданной конфигурации. Однако, решение обратной задачи, более важной на практике, по определению конфигурации глушителя с заданной эффективностью при его минимальном объеме или с максимальной эффективностью при заданном объеме не осуществлялось. Решение такого рода оптимизационной задачи применительно к реактивным глушителям шума, основанное на использовании интегральных показателей акустической эффективности, приведено в [14, 15]. В [15], помимо этого, при оптимизации реактивных глушителей предложено использовать безразмерные геометрические параметры, что позволяет сократить временные затраты на подбор их геометрической конфигурации, обеспечивающей требуемую акустическую эффективность глушителя при заданных ограничениях.

Специфика оптимизации диссипативных глушителей шума заключается в наличии в них звукопоглощающего материала (ЗПМ). Исследования по оптимизации диссипативных глушителей шума были проведены в [16, 17]. Кроме того, здесь следует отметить и работы [18, 19], в них также рассматривается оптимизация геометрических параметров такого рода глушителей. Данная работа является дальнейшим развитием исследований по оптимизации диссипативных глушителей шума с использованием обобщенных показателей эффективности и безразмерных геометрических параметров.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ГЛУШИТЕЛЕЙ ШУМА

Глушитель шума является частью газодинамической системы, в которую он устанавливается, например, в системе выпуска отработанных газов двигателя внутреннего сгорания. Поэтому акустическая эффективность такого глушителя должна определяться с учетом характеристик этой системы. В качестве показателя акустической эффективности глушителя используются так называемые вносимые потери *IL*. Вносимые потери являются функцией частоты звука и на *i*-той частоте определяются соотношением:

$$IL_i = L_{0i} - L_i, \, \mathrm{d}\mathbf{b},\tag{1}$$

где L_{0i} и L_i — уровни звукового давления в контрольной точке у среза выпускной трубы для выпускной системы соответственно без глушителя и с глушителем.

В технической акустике также используются скорректированные уровни звукового давления. Коррекция, как правило, осуществляется по шкале А, учитывающей зависимость чувствительности человеческого уха от частоты звука. Заметим, что при переходе в (1) к скорректированным уровням звукового давления L_{0Ai} и L_{Ai} значения вносимых потерь IL_i не изменяются. Помимо этого, используется такая интегральная характеристика как уровень звука, измеряемый в дБА. Если в рассматриваемом частотном диапазоне содержится N дискретных значений L_{0Ai} и L_{Ai} , то соответствующие этим величинам уровни звука L_{A0} и L_A определятся формулами:

$$L_{A0} = 10 \lg \left(\sum_{i=1}^{N} 10^{0.1 L_{A0i}} \right), L_A = 10 \lg \left(\sum_{i=1}^{N} 10^{0.1 L_{Ai}} \right).$$
(2)

В соответствии с этим по аналогии с (1) вводятся в рассмотрение обобщенные вносимые потери *OIL*:

$$OIL = L_{A0} - L_{A} = L_{A0} - 10 \lg \left(\sum_{i=1}^{N} 10^{0.1(L_{A0i} - IL_{i})} \right), \text{ } \text{$\tt A$. (3)}$$

Из формулы (3), в частности, следует, что когда вносимые потери $IL_i = L_{A0i}$, т.е. когда шум в выпускной системе с глушителем полностью подавляется, то тогда обобщенные вносимые потери равны уровню звука на выходе системы выпуска без глушителя. Таким образом, установка глушителя тем эффективнее, чем ближе становится значение обобщенных вносимых потерь к уровню звука системы выпуска без глушителя.

Рассмотрим случай, когда спектр не заглушенного шума равномерно распределен по частоте, т.е. когда во всех полосах частот $L_{A0i} = \text{const.}$ При этом, очевидно, будет иметь место соотношение $L_{A0i} = L_{A0} - \lg N$, вследствие чего уравнение (3) приводится к виду

$$OIL = -10 \lg \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} 10^{-0.1IL_i}\right).$$
(4)

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 70 № 3 2024

Следует отметить, что вносимые потери IL_i , как и их обобщение OIL, наиболее полно определяют акустическую эффективность глушителя для рассматриваемой газодинамической системы, так как они зависят не только от параметров самого глушителя, но и от положения глушителя в системе, а также от ряда параметров самой газодинамической системы, определение которых само по себе представляет собой непростую задачу. К таким параметрам прежде всего относится акустический импеданс источника звука, например двигателя внутреннего сгорания.

В этой связи большое распространение получил более простой показатель эффективности глушителей, так называемые потери передачи *TL*_i, которые определяются через логарифм отношения звуковой мощности падающей волны на входе глушителя к звуковой мощности прошедшей глушитель звуковой волны, при безэховой (согласованной) нагрузке на его выходе. В отличии от вносимых потерь IL_i потери передачи TL_i определяются только параметрами самого глушителя, без привязки к системе, в которой он установлен. Заметим, что вносимые потери преобразуются в потери передачи, при условии, что в рассматриваемой системе импеданс источника звука и импеданс излучения на срезе выпускной трубы соответствуют безэховой нагрузке. При этом по аналогии с обобщенными вносимыми потерями можно ввести в рассмотрение обобщенные потери передачи, которые для случая равномерного по частоте входного спектра принимают вид:

$$OTL = -10 \lg \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} 10^{-0.1TL_i}\right).$$
(5)

В дальнейшем анализ и оптимизация диссипативных глушителей шума будут проводиться, основываясь на рассмотрении их потерь передачи и обобщенных потерь передачи.

ПОТЕРИ ПЕРЕДАЧИ ДИССИПАТИВНОГО ГЛУШИТЕЛЯ

Расчетная схема диссипативного глушителя представлена на рис. 1. Исходными геометрическими параметрами глушителя являются его длина L, диаметр D, а также диаметр d входного и выходного патрубков глушителя, совпадающий с внутренним диаметром перфорированной трубы. Сама перфорированная труба определяется толщиной стенки t, диаметром отверстий перфорации d_0 и коэффициентом перфорации σ , равным



Рис. 1. Расчетная модель диссипативного глушителя шума.

отношению общей площади отверстий на поверхности перфорированной трубы к площади этой поверхности. Объем глушителя, заполненный волокнистым ЗПМ, характеризуется комплексными волновым сопротивлением Z и постоянной распространения k. В качестве основной акустической характеристики глушителя рассматриваются потери передачи TL, которые оцениваются как экспериментально, так и расчетным путем, на основе определения звукового давления во входном и выходном патрубках глушителя (рис. 1) и последующего пересчета полученных значений по методу трех точек [13].

Важным звеном при моделировании диссипативного глушителя является задание характеристик волокнистого ЗПМ. На практике акустические характеристики такого материала как правило описываются эмпирическими формулами, например, Делани Базли [20], которые определяют среду со ЗПМ через постоянную распространения k_c и импеданс Z_c в виде:

$$Z_{c} = \rho_{0}c_{0} \left[1 + a_{1} \left(\frac{\rho_{0}f}{r_{m}} \right)^{-a_{2}} - ia_{3} \left(\frac{\rho_{0}f}{r_{m}} \right)^{-a_{4}} \right],$$
(6)

$$k_{c} = k_{0} \left[1 + a_{5} \left(\frac{\rho_{0} f}{r_{m}} \right)^{-a_{6}} - i a_{7} \left(\frac{\rho_{0} f}{r_{m}} \right)^{-a_{8}} \right],$$
(7)

где ρ_0 — плотность воздуха, кг/м³; c_0 — скорость звука в воздухе, м/с; $k_0 = 2\pi f/c_0$ — волновое число, 1/м; f — частота звука, Гц; $r_{\rm m}$ — сопротивление потоку ЗПМ, Па с/м²; $a_1, a_2, ... a_8$ — некоторые безразмерные коэффициенты, определяемые экспериментально [21].

Основным параметром, определяющим акустические характеристики ЗПМ в формулах Делани Базли, является его сопротивление потоку *r*_m, определяемое формулой [22]:

$$\mathbf{r}_{\rm m} = C \frac{\mu_0}{d_{\rm B}^2} \frac{\rho_{\rm m}^2}{\rho_0^2},\tag{8}$$

где μ_0 — коэффициент динамической вязкости воздуха, $\mu_0 = 1.81 \times 10^{-5}$ Па с; $d_{\rm B}$ — диаметр волокна ЗПМ, м; $\rho_{\rm m}$ — объемная плотность ЗПМ, кг/м³.

Входящая в (8) безразмерная постоянная *C* зависит от диаметра волокна ЗПМ, причем эта зависимость обратно пропорциональная. Для ЗПМ с диаметром волокна $d_{\rm B0} = 10^{-5}$ м экспериментально установлено [22], что значение этой постоянной $C_0 = 1.2 \times 10^{-5}$. Тогда для ЗПМ с другим диаметром волокон, $d_{\rm B}$, постоянная *C* определится соотношением $C = C_0 d_{\rm B}/d_{\rm B0}$. При этом формула (6) для сопротивления потоку ЗПМ приводится к виду:

$$r_{\rm m} = 1.2 \times 10^{-5} \frac{\mu_0}{d_{\rm B0} d_{\rm B}} \frac{\rho_{\rm m}^2}{\rho_0^2} = 1.51 \times 10^{-5} \frac{\rho_{\rm m}^2}{d_{\rm B}} \qquad (9)$$

Таким образом, сопротивление продуванию волокнистого ЗПМ оказывается обратно пропорциональным диаметру его волокна.

Для обобщения получаемых результатов расчетов и реализации возможности оптимизации конфигурации диссипативных глушителей введем в рассмотрение безразмерные геометрические параметры глушителя, что в дальнейшем позволит перейти к понятию глушителя-прототипа. Для этого выразим все геометрические размеры глушителя через диаметр его входного патрубка *d*, который является исходным параметром при проектировании любого глушителя шума, независимо от его типа. Помимо безразмерных степени расширения $m = D^2/d^2$ и относительной длины n = L/dглушителя, введем в рассмотрение безразмерные

толщину перфорированной трубы e = l/d и диаметр отверстий перфорации $s = d_0/d$. Безразмерным является также и коэффициент перфорации о. Выбранные безразмерные параметры являются общими как для реактивных, так и для диссипативных глушителей шума. Особенности диссипативного глушителя состоят в использовании там волокнистого ЗПМ. Такой материал мы охарактеризовали выше его сопротивлением продуванию *r*, которое согласно (8) помимо объемной плотности ρ_m определяется также и диаметром волокон $d_{\rm B}$. В этой связи в дополнение к введенным ранее безразмерным параметрам введем еще один — относительный диаметр волокна $q = d_{\rm B}/d$.

Расчеты проводились на основе конечно-элементного моделирования в программной среде COMSOL Multiphysics. Исходными уравнениями при проведении численных расчетов являлись уравнения Гельмгольца. При моделировании использовалось равномерное разбиение объема глушителя на конечные элементы. Стенки глушителя рассматривались абсолютно жесткими. Граничные условия на перфорированной трубе, являющейся границей двух сред, соответствовали скачку звукового давления, определяемому импедансом перфорации. Среда внутри перфорированной трубы рассматривалась невязкой с температурой 20°С. Характеристики среды в объеме глушителя, заполненного ЗПМ, описывались формулами (6), (7). При этом значения постоянных

коэффициентов, входящие в эти формулы, взяты из классической работы Делани Базли [20].

На первом этапе определялись потери передачи TL диссипативного глушителя с коэффициентом перфорации трубы $\sigma = 0.1$ и плотностью набивки ЗПМ $\rho_m = 100 \text{ кг/м}^3$. Были рассмотрены две конфигурации глушителя. Первая из них определялась размерами: d = 40 мм, D = 120 мм, L = 300 мм, l = 1.5 мм, $d_0 = 1$ мм и $d_{\rm B} = 10$ мкм. Во второй конфигурации все геометрические размеры, в том числе и диаметр волокна $d_{\rm p}$, были увеличены в два раза. При этом безразмерные параметры глушителя не изменялись. На рис. 2а представлены графики потери передачи *TL* для этих двух конфигураций глушителей, которые являются типичными для диссипативных глушителей. Отличие в графиках TL для рассмотренных конфигураций в том, что для первой из них частота, соответствующая максимуму TL, в два раза выше, чем для второй.

Для того чтобы совместить полученные графики и таким образом сделать потери передачи универсальными характеристиками диссипативного глушителя перейдем, следуя [15], от частоты f к ее безразмерному аналогу $F = d/\lambda$, где λ — длина звуковой волны. Заметим, что предельное верхнее граничное значение этого параметра $F_{\rm B}$ определяется из условия распространения в патрубках глушителя только плоских звуковых волн, так что для патрубков круглого поперечного сечения $F_{\rm B} \approx 1.2$.



Рис. 2. Потери передачи для первой (*1*) и второй (*2*) конфигураций глушителя как функции (а) — частоты и (б) — безразмерной частоты.
При таком переходе от $f \\ \kappa F$ входящий в формулы (6), (7) параметр ($\rho_0 f/r_m$) оказывается пропорциональным относительному диаметру волокна $d_{\rm B}/d$. Таким образом, потери передачи диссипативного глушителя в целом будут определяться только его относительными геометрическими размерами и плотностью ЗПМ.

Действительно, графики потерь передачи рассмотренных конфигураций глушителя, как функции безразмерной частоты F (рис. 26), практически совпадают друг с другом. Такого рода потери передачи можно рассматривать в качестве характеристики глушителя-прототипа с определенным набором безразмерных параметров. Выбрав характеристику глушителя-прототипа, можно, исходя из заданного диаметра патрубка глушителя, перейти к действительным размерам глушителя.

На рис. 3 представлены зависимости потерь передачи диссипативного глушителя-прототипа от параметров его перфорированной трубы. Остальные геометрические размеры соответствовали рассмотренной выше первой конфигурации диссипативного глушителя. Как следует из представленных графиков, увеличение пористости перфорации приводит к смещению максимума потерь передачи в область высоких частот. При этом потери передачи в этой области и в целом существенно возрастают. Аналогичным образом изменяются потери передачи и при уменьшении диаметра отверстий перфорации, правда в этом случае потери передачи в области высоких частот увеличиваются не столь значительно, как при изменении пористости перфорации. Учитывая, что диссипативные глушители предназначены прежде всего для гашения высокочастотного шума, коэффициент перфорации трубы следует делать как можно большим, а диаметр отверстий перфорации, наоборот, как можно меньшим.

Далее, как следует из рис. 4а, уменьшение диаметра волокна ЗПМ однозначно приводит к повышению эффективности глушителя, при этом положение максимума потерь передач изменяется не очень существенно. С другой стороны, зависимость эффективности глушителя от плотности ЗПМ более сложная (рис. 4б). В начале с увеличением плотности ρ_m ЗПМ потери передачи растут. Затем при достижении значения $\rho_m = 200 \text{ кг/м}^3$, которое можно считать оптимальным, потери передачи достигают максимального значения. После этого дальнейший рост ρ_m приводит к снижению потерь передачи глушителя. Однако, строго говоря, говорить следует не об оптимальном значении плотности ЗПМ, а об оптимальном сопротивлении продуванию *r* материала, которое берется за основу в модели Делани Базли, используемой при описании его акустических характеристик. Так как величина r согласно (8) зависит как от величины плотности материала (его квадрата), так и диаметра волокна, то согласно этому, например, материал с $\rho_{\rm m} = 200$ кг/м³ и $d_{\rm B} = 40$ мкм будет иметь



Рис. 3. Зависимости потерь передачи глушителей-прототипов от (а) — пористости и (б) — диаметра отверстий перфорации.

те же акустические характеристики, что и материал с $\rho_{\rm m} = 100 \text{ кг/м}^3$ и $d_{\rm B} = 10 \text{ мкм}$. Это подтверждается соответствующими графиками на рис. 4.

ОБОБЩЕННЫЕ ПОТЕРИ ПЕРЕДАЧИ ДИССИПАТИВНОГО ГЛУШИТЕЛЯ

Далее, в соответствии с (6), были получены обобщенные потери передачи *OTL* диссипативного глушителя. Они вычислялись в частном диапазоне от 800 Гц до 4 кГц. Нижняя граница этого диапазона определялась тем, что, начиная с этой частоты, эффективность снижения шума диссипативным глушителем становится достаточно высокой, а верхняя граница — тем, что обычно на практике источники газодинамического шума, для снижения шума которых используются диссипативные глушители, характеризуются спектрами, ограниченными этой частотой.

На рис. 5 представлены зависимости *OTL* от параметров его перфорированной тубы глушителя, полученные для трех различных комбинаций безразмерной длины *n* и степени расширения *m* глушителя. При этом безразмерный объем глушителя V = mn во всех трех вариантах был практически одинаков. Представленные на рис. 5а графики показывают, что сначала с увеличением коэффициента пористости перфорации о обобщенные потери интенсивно возрастают, но затем этот рост замедляется, и начиная с $\sigma = 0.2$, обобщенные потери выходят на некоторый постоянный уровень (предел), который уже не меняется с дальнейшим ростом о. Перфорацию при этом можно рассматривать как акустически прозрачную и поэтому не целесообразно использовать в диссипативном глушителе перфорацию с $\sigma > 0.2$. Следует также отметить, что в рассмотренных вариантах диссипативного глушителя наибольшие обобщенные потери OTL соответствовали конфигурации глушителя с наибольшей относительной длиной. Эта закономерность сохраняется и при рассмотрении зависимости OTL от диаметра отверстий перфорации d_0 (рис. 5б). Только в этом случае с увеличением d_0 обобщенные потери OTL плавно уменьшаются. Поэтому для увеличения обобщенных потерь глушителя диаметр отверстий перфорации следует выбирать по возможности меньшим.

Графические зависимости обобщенных потерь *OTL* глушителя от плотности ЗПМ (рис. 6а) имеют экстремум, который для всех трех рассмотренных конфигураций глушителя соответствует плотности $\rho_m = 200 \text{ кг/м}^3$. Как и ранее, наибольшие значения *OTL* имеет глушитель с наибольшей длиной. Отметим, что значение оптимальной плотности $\rho_m = 200 \text{ кг/м}^3$ получено для ЗПМ с диаметром волокна $d_b = 10 \text{ мкм}$, который при этом согласно (8) имеет сопротивление потоку, равное примерно 60 кПа с/м². Это значение можно рассматривать как оптимальное сопротивление продуванию ЗПМ в диссипативном глушителе. На практике, выбрав ЗПМ для глушителя с



Рис. 4. Зависимости потерь передачи глушителей-прототипов от (а) — диаметра волокна и (б) — плотности ЗПМ.



Рис. 5. Зависимости обобщенных потерь передачи от (а) — коэффициента пористости и (б) — диаметра отверстий перфорации глушителя при его относительных размерах: 1 - m = 16, n = 4; 2 - m = 9, n = 7; 3 - m = 4, n = 15.

известным диаметром волокна, можно рассчитать необходимую плотность этого материала, которая бы обеспечивала оптимальное сопротивление продуванию. При этом следует иметь в виду, что значение плотности $\rho_m = 200 \text{ кг/м}^3$ по существу является предельным, которое может быть в действительности реализовано в глушителе. Если выбран ЗПМ такой плотности с диаметром волокна $d_{\rm B} > 10$ мкм, то реализуемое значение сопротивление ния ЗПМ будет меньше оптимального.

Графические зависимости обобщенных потерь *OTL* глушителя от диаметра волокна $d_{\rm B}$ при плотности материала 100 кг/м³ (рис. 6б) показывают, что для всех трех рассмотренных конфигураций глушителя обобщённые потери с увеличением диаметра волокна падают. При этом, если для короткого глушителя с n = 4 это падение незначительно, то с повышением относительной длины глушителя происходит не только общий рост обобщенных потерь, но растет и зависимость *OTL* от диаметра $d_{\rm B}$,



Рис. 6. Зависимости обобщенных потерь передачи от (а) — плотности и (б) — диаметра волокна ЗПМ. (Обозначения те же, что и на рис. 5).

так что при увеличени
и $d_{\rm B}$ в 4 раза снижение обобщенных потерь составляет боле
е10дБ.

ОПТИМИЗАЦИЯ ДИССИПАТИВНОГО ГЛУШИТЕЛЯ

Диссипативный глушитель характеризуется целым рядом параметров, определяющих его акустические свойства. Эти параметры можно разделить на три группы. К первой группе относятся геометрические параметры глушителя в целом: длина и диаметр камеры глушителя, а также диаметр его патрубков. Ко второй группе относятся параметры перфорированной трубы: толщина трубы, диаметр отверстий и коэффициент перфорации. К третьей группе относятся параметры ЗПМ: его плотность и диаметр волокон. В общем случае оптимизация диссипативного глушителя должна осуществляться с учетом всех этих факторов, что представляет собой довольно сложную задачу.

Между тем, следует иметь в виду, что при проектировании глушителей шума выбор значений для некоторых из этих параметров проводится однозначно, что относится в первую очередь к параметрам перфорации. Согласно проведенному выше анализу, коэффициент перфорации о целесообразно принимать равным 0.2, а диаметр отверстий перфорации d_0 должен быть как можно меньшим. На практике значение d_0 обычно не менее 3 мм. Практические соображения лежат и в основе выбора толщины перфорированной трубы, которая в зависимости от материала трубы может варьироваться от 1 до 1.5 мм. Что касается параметров ЗПМ, то проведенный анализ показывает, что в диссипативных глушителях целесообразно использовать ЗПМ с диаметром волокна *d*_в < 10 мкм. Это позволит реализовать необходимую плотность набивки этого материала, обеспечивающую оптимальное сопротивление потоку $r = 60 \text{ к}\Pi a \text{ c/m}^2$.

Таким образом, мы получили оценки значений для большинства параметров, влияющих на акустические характеристики диссипативного глушителя. Значения этих параметров наряду с диаметром патрубка при проведении оптимизации можно принять в качестве исходных данных. Тогда задача оптимизации глушителя сводится к определению его габаритных размеров, обеспечивающих максимум его обобщенных потерь. При этом, однако, следует также уделять внимание выбору характеристик ЗПМ, ρ_m и d_B , определяющих его сопротивление продуванию. С этой точки зрения задачу оптимизации диссипативного глушителя можно определить как нахождение его конфигурации, обеспечивающей требуемое значение обобщенных потерь при минимальном объеме размещенного в нем ЗПМ, который в безразмерном виде определяется как $V_m = (m-1)n$.

Для примера возьмем глушитель с перфорированной трубой толщиной l = 1.5 мм, коэффициентом перфорации $\sigma = 0.2$ и диаметром отверстий перфорации $d_0 = 3$ мм. При этом рассмотрим два варианта характеристик ЗПМ. Первый соответствовал ЗПМ с плотностью набивки $\rho_m = 200 \text{ кг/м}^3$ и диаметром волокна $d_B = 10 \text{ мкм}$, а второй — с $\rho_m = 100 \text{ кг/м}^3$ и $d_B = 10 \text{ мкм}$. На рис. 7 представлены общие потери первого варианта диссипативного глушителя как функции его безразмерного объема V_m . Кривые на представленных графиках соответствуют различным степеням расширения глушителя *m*, а точки на этих кривых — разным относительным длинам глушителя *n*, определяемым рядом четных чисел: 2, 4, 6, 8, 10.

Графические зависимости на рис. 7а построены для глушителя, в котором характеристики ЗПМ обеспечивают оптимальное значение сопротивления продуванию. Как и следовало ожидать, кривые общих потерь плавно возрастают с увеличением безразмерного объема V_m, причем с ростом *т* соответствующие кривые становятся все более пологими. Кроме того, при n > 6 представленные зависимости становятся практически линейными. Представленные графики имеют еще одну интересную особенность, заключающуюся в том, что при одинаковой относительной длине *п* наибольшие значения *OTL* будут у глушителя со степенью расширения m = 8. При меньших mзначения OTL резко снижаются, а при больших снижаются очень незначительно, хотя и увеличение объема V_m в последнем случае происходит существенное. На рис. 76 представлены аналогичные графические зависимости для глушителя с ЗПМ, имеющим меньшую плотность ρ_m и больший диаметр волокна $d_{\rm B}$. Очевидно, что сопротивление такого материала будет значительно меньше оптимального значения. Представленные зависимости аналогичны тем, что показаны на рис. 7а, с тем отличием, что в этом случае увеличение степени расширения глушителя *т* всегда приводит к увеличению его обобщенных потерь. Кроме того, имеет место следующая закономерность: при одинаковых значениях *m* и *n* для двух рассмотренных вариантов характеристик ЗПМ значения OTL для первого варианта при m < 16 всегда выше, чем для второго варианта, а при m > 16, наоборот,



Рис. 7. Зависимости обобщенных потерь передачи от относительного объема глушителя для ЗПМ (a) $- c \rho = 200 \text{ кг/м}^3$, $d_{\text{B}} = 10 \text{ мкм } \text{и}$ (б) $- c \rho = 150 \text{ кг/m}^3$, $d_{\text{B}} = 30 \text{ мкм}$ при разных степенях расширения глушителя.

значения *OTL* для первого варианта всегда ниже, чем для второго.

Установленные зависимости акустических характеристик диссипативного глушителя от его параметров позволили выработать следующую стратегию оптимизации его конфигурации.

- 1. Если ставится задача минимизации объема $V_{\rm m}$ и не накладывается никаких ограничений на габаритные размеры глушителя, то в таком случае его степень расширения *m* должна быть как можно меньшей, например m = 4, при этом его относительная длина *n* должна быть выбрана такой, чтобы обеспечить требуемое значение общих потерь передачи *OTL*_{TP}. Кроме того, плотность и диаметр волокна ЗПМ варьируются так, чтобы сопротивление потоку этого материала было близким к оптимальному значению 60 кПа с/м².
- 2. Если вводится ограничение на длину глушителя, а следовательно, и на значение n, то в этом случае целесообразно принять степень расширения глушителя m = 8, при обеспечении оптимального значения сопротивления продуванию ЗПМ. Это позволит получить высокое значение обобщенных потерь *OTL* и в то же время минимизировать объем $V_{\rm m}$. В случае если получаемые при этом обобщенные потери *OTL* < *OTL*_{TP}, то для достижения *OTL*_{TP} необходимо по возможности ослабить требования по ограничению длины глушителя. Другой путь

достижения $OTL_{\rm TP}$ состоит в снижении сопротивления продуванию ЗПМ относительно оптимального значения. Тогда при достаточно больших значениях *m* можно также достичь $OTL_{\rm TP}$, правда и объем глушителя при этом значительно возрастает.

 Поперечный размер глушителя, а значит и величина *m*, может устанавливаться в качестве исходных данных, например, когда диссипативный глушитель является частью комбинированного глушителя, содержащего также и реактивные элементы. Если при этом регламентируемый поперечный размер глушителя соответствует условию *m* ≥ 16, то для увеличения *OTL* сопротивление продуванию ЗПМ должно быть меньше оптимального, в противном случае следует обеспечивать оптимальное значение сопротивления продуванию ЗПМ.

После того как относительные параметры глушителя определены, можно, зная исходный диаметр патрубка, определить действительные геометрические параметры глушителя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При оптимизации диссипативного глушителя не все параметры, определяющие его акустические характеристики, следует включать в качестве вариативных величин. Так, толщину перфорированной трубы следует определять исходя из требуемых для нее эксплуатационных характеристик, коэффициент перфорации, как показали расчеты, необходимо принимать равным 0.2, а диаметр отверстий перфорации должен быть минимально возможным, что определяется технологическими возможностями производства. Таким образом, оптимизация диссипативного глушителя сводится к выбору его габаритных размеров, которые, в свою очередь, определяются используемым критерием оптимизации и введенными дополнительными ограничениями. При этом в большинстве практических случаев в диссипативных глушителях целесообразно использовать ЗПМ с оптимальным сопротивлением потоку 60 к $\Pi a c/m^2$, что обеспечивается надлежащим подбором как плотности, так и диаметра его волокон.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Старобинский Р.Н., Юдин Е.Я. Об одной модели распространения низкочастотного звука в облицованном канале // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 1. С. 115–119.
- Cummings A., Chang I.-J. Sound attenuation of a finite length dissipative flow duct silencer with internal mean flow in the absorbent // J. Sound Vib. 1988. V. 127. № 1. P. 1–17.
- Peat K.S. A transfer matrix for an absorption silencer element // J. Sound Vib. 1991. V. 146. № 2. P. 353–360.
- Wang C.-N. Numerical decoupling analysis of resonator with absorbent material // Appl. Acoust. 1999.
 V. 58. № 1. C. 109–122.
- Glav R. The transfer matrix for a dissipative silencer of arbitrary cross-section // J. Sound Vib. 2000. V. 236. № 4. P. 575–594.
- Auredgan Y., Debray A., Starobinski R. Low frequency sound propagation in a coaxial cylindrical duct: application to sudden area expansions and to dissipative silencers // J. Sound Vib. 2001. V. 246. № 3. P. 461–473.
- *Kirby R.* Transmission loss predictions for dissipative silencers of arbitrary cross section in the presence of mean flow // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 114. № 1. P. 200–209.
- Selamet A., Xu M.B., Lee I.-J., Huff N.T. Analytical approach for sound attenuation in perforated dissipative silencers // J. Acoust. Soc. Am. 2004. V. 115. № 5. Pt. 1. P. 2091–2099.
- Panigrahi S.N., Munjal M.L. Comparison of various methods for analyzing lined circular ducts // J. Sound Vib. 2005. V. 285. № 4–5. P. 905–923.

- Venegas K., Arenas J.P., Boutin C. Analytical modeling of dissipative silencers // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 144. № 5. P. 2998–3009.
- Astley R.J., Cummings A. A finite element scheme for attenuation in ducts lined with porous material: comparison with experiment // J. Sound Vib. 1987. V. 116. № 2. P. 239–263.
- Bilawchuk S., Fyfe K.R. Comparison and implementation of the various numerical methods ëused for calculating transmission loss in silencer systems // Appl. Acoust. 2003. V. 64. № 9. P. 903–916.
- Kirby R. A comparison between analytic and numerical methods for modelling automotive dissipative silencers with mean flow // J. Sound Vib. 2009. V. 325. N

 № 5. P. 565–582.
- Barbieri R., Barbieri N. Finite Element Acoustic Simulation Based Shape Optimization of a Muffler // Appl. Acoust. 2006. V. 67. № 4. P. 346–357.
- 15. *Комкин А.И*. Оптимизация реактивных глушителей шума // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 3. С. 373–379.
- 16. Воробьева Л.С., Комкин А.И. Расчет и проектирование диссипативных глушителей шума методом конечных элементов // Изв. вузов. Машиностроение. 2013. № 11. С. 58–63.
- Карнаухова Л.С., Комкин А.И. Интегральные показатели акустической эффективности диссипативных глушителей шума // Акустика среды обитания: сб. трудов I Всерос. конф. М., 2016. С. 80–87.
- Chiu M.C. Shape Optimization of One-chamber Perforated Mufflers Filled with Wool Using Simulated Annealing // J. Marine Science and Technology. 2013. V. 21. № 4. P. 380–390.
- Ferrandiza B., Denia F.D., Martinez-Casas J., Nadal E., Ródenas J.J. Topology and shape optimization of dissipative and hybrid mufflers // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2020. V. 62. P. 269–284.
- Delany M.E., Bazley E.N. Acoustical properties of fibrous absorbent materials // Appl. Acoust. 1970. V. 1. № 3. P. 105–115.
- Ионов И.А., Комкин А.И. Эмпирические формулы для описания акустических характеристик звукопоглощающих материалов. Обзор // Акустика среды обитания: сб. трудов III Всерос. конф. М., 2018. С. 43–49.
- 22. Комкин А.И., Львов В.А., Нестеров Н.С. Измерение сопротивления продуванию волокнистых звукопоглощающих материалов // Измерительная техника. 2017. № 7. С. 62–65.

КОМКИН и др.

OPTIMIZATION OF DISSIPATIVE MUFFLERS A.I. Komkin^{*a*,*}, A.I. Bykov^{*a*}, L.S. Karnaukhova^{*a*}

^aBauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005 Russia

*e-mail: akomkin@mail.ru

The method of selecting the configuration of dissipative mufflers with the required acoustic efficiency is considered. The peculiarity of the considered approach is the use of an integral indicator of acoustic efficiency and dimensionless geometric parameters. The studies were carried out using finite element calculations. In the finite element model of a dissipative mufflers, acoustic characteristics of a fibrous sound-absorbing material obtained from experimental studies were used.

Keywords: sound-absorbing material, muffler, acoustic characteristics, numerical calculation.

———— АКУСТИКА ЖИВЫХ СИСТЕМ. БИОМЕДИЦИНСКАЯ АКУСТИКА ———— УДК 57.084.1

РАСПОЗНАВАНИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ ДЕЛЬФИНАМИ (TURSIOPS TRUNCATUS) ШУМОВЫХ СИГНАЛОВ В УСЛОВИЯХ ШУМОВОЙ ПОМЕХИ И ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИХ ОДНОВРЕМЕННОГО ПРЕДЪЯВЛЕНИЯ

© 2024 г. А. В. Ахи^{а,*}

^a ΦГБУН Институт эволюционной физиологии и биохимии им. И.М. Сеченова РАН, пр. М. Тореза 44, Санкт-Петербург, 194223 Россия

*e-mail: andrey.akhi@gmail.com

Поступила в редакцию 23.03.2023 г. После доработки 24.11.2023 г. Принята к публикации 24.04.2024 г.

Исследована возможность слуховой системы дельфинов распознавать и классифицировать по определенным инвариантным признакам шумовые сигналы под воздействием шумовых помех и в условиях пространственной неопределенности одновременного предъявления положительных и отрицательных сигналов. Дельфины-афалины, обученные дифференцировать подобные сигналы, должны были решать эту задачу в условиях, имитирующих реальные морские, когда восприятие полезного шумового сигнала происходит на фоне похожих сигналов и на фоне шумовых помех. Сначала шумовые сигналы последовательно предъявлялись животному на фоне белого маскирующего шума. В дальнейшем дельфин должен был идентифицировать сигнал положительного класса из нескольких одновременно звучащих источников звука. Эффективность работы животного оценивалась при нескольких заданных уровнях шумовой помехи. При этом фактической шумовой помехой являлся как белый шум, так и одновременно звучащие отрицательные сигналы. Показано, что эффективность и помехоустойчивость слуховой системы дельфина зависит от степени альтернативности пространственной неопределенности одновременного предъявления сигналов.

Ключевые слова: дельфин, шумовые сигналы, шумовые помехи, классификация сигналов дельфинами, пространственная неопределенность

DOI: 10.31857/S0320791924030144 EDN: ZKNZNJ

ВВЕДЕНИЕ

Принципы и механизмы анализа акустических сигналов слуховой системой эхолоцирующих морских животных, показывающие как она работает, представляют чрезвычайно важный вопрос. Акустическое восприятие окружающей среды играет исключительно важную роль в жизнедеятельности морских млекопитающих, таких как дельфиныафалины. С помощью органа слуха происходит локализация направления и различение свойств источника звука. Это происходит как в пассивном режиме акустического восприятия, так и в активном режиме, когда объекты зондируются локационными сигналами животного и отражают эхосигналы, несущие об объектах информацию. Работа сонара дельфинов в активном режиме при восприятии широкополосных ультразвуковых сигналов достаточно изучена в большом количестве экспериментальных работ [1-4]. При работе сонара в активном режиме известно направление прихода эхосигнала и расстояние до источника отражения, определяемое временем прихода эха и его интенсивностью. Частотный диапазон эхосигнала, как правило, совпадает с частотами локационного сигнала. Информация об объекте локации содержится в тонкой спектрально-временной структуре полученных от него эхосигналов. При работе в пассивном слуховом режиме перед животным стоит более сложная задача анализа акустической информации, когда заранее неизвестны направление и момент прихода звука, а также его свойства (спектрально-временные характеристики). Эффективное восприятие низкочастотного сигнала, пришедшего с заранее неизвестного направления, требует, чтобы пассивный слух был ненаправленным. Это подтверждают исследования направленности восприятия дельфинов в

области низких частот [1-3, 5]. Такая ненаправленность приема сочетается с возможностью дельфинов отстраиваться от пространственно удаленных помех. Низкочастотность слуха обеспечивает дельфинам возможность обнаружения и распознавания источников полезных сигналов на больших расстояниях, благодаря малому затуханию звука в воде на низких частотах, и она важна потому, что важнейшими биогенными звуками для них являются низкочастотные звуки рыб. В пассивном режиме орган слуха работает по методу, известному в гидролокации как пеленгование. Обнаружение источников сигналов, определение направления на него и его распознавание происходят путем исследования пространственной структуры звукового поля, создаваемого объектами поиска. Современные знания об основных механизмах слуха дельфинов, лежащие в основе их высокоразвитой эхолокационной системы, еще далеко не полны. В частности, остаются во многом неясными механизмы, определяющие высокую помехоустойчивость сонара, превосходящую по многим параметрам аналогичные свойства технических акустических систем.

Дельфину в морской среде непрерывно приходится сталкиваться с необходимостью восприятия полезного сигнала в присутствии акустических помех биогенного, абиогенного и антропогенного происхождения, а также помех, связанных с эхолокационными сигналами от препятствий, не являющихся в данный момент объектами локации. Многочисленные источники посторонних звуков снижают надежность функционирования сонара. Дельфину приходится решать задачу по обеспечению помехоустойчивости акустического канала связи. В процессе эволюционного развития и экологической специализации слух дельфина приспособился к функционированию в условиях постоянного воздействия различного рода акустических помех и извлекает нужную информацию из комплекса различных звуков.

Наблюдения за дельфинами в естественной среде обитания и экспериментальные исследования свидетельствуют о высокой эффективности работы эхолокатора этих животных при обнаружении препятствий и распознавании целей в зашумленной среде. В последние годы исследователи изучали влияние шума на работу слуховой системы дельфинов [6–8] или изменение поведения животных при действии акустического шума [9].

При изучении влияния искусственно создаваемого шума на функционирование сонара дельфина было показано [2, 10, 11], что животное не теряет способности обнаруживать и различать предметы (сферические мишени различались по материалу и размеру), если звуковое давление белого шума достигает 900 Н/м² в полосе частот 1–150 кГц. Способность дельфина обнаруживать рыбу наблюдается при таких уровнях шума, при которых не представляется возможным выделить из шума полезный сигнал обычными гидроакустическими средствами. Это можно истолковать в пользу наличия у дельфинов механизмов, эффективно снижающих воздействие на сонар окружающего шума. Среди возможных адаптивных механизмов, позволяющих дельфину снижать маскирующее влияние помех, в литературе указывается на увеличение уровня зондирующих сигналов [2, 3, 9], изменение дискретных частот спектральных характеристик импульсов [2, 3, 11], изменение частоты их следования [2], механизмы временной селекции эхосигналов [2, 3], целесообразное изменение поведения [2], наличие острой пространственной направленности излучения [2].

Во многих экспериментальных работах, посвященных изучению устойчивости слуховой системы дельфина к воздействию помех, в качестве полезного сигнала использовались тональные сигналы широкого диапазона частот и импульсы различной длительности. Достаточно хорошо изучено восприятие ими полезного тонального и шумового сигнала из шумовой помехи и влияние шума на эхолокационный процесс обнаружения и распознавания целей [1–3]. Шум при этом являлся элементом методических приемов, позволяющих оценить функциональные возможности слуха дельфинов. В естественной среде обитания животного полезный сигнал всегда либо зашумлен, либо сам является шумовым. Существующие в океане шумы являются не только помехой для гидроакустического приема. Часто принимаемый шум является полезным сигналом, несущим полезную информацию о гидрологических, метеорологических, биологических и других важных составляющих акустического поля акватории. Для морских млекопитающих шумы косяков рыб позволяют обнаружить участки эффективного лова, а сигналы источников опасности позволяют ее заблаговременно избежать.

Существует не так много исследований возможностей слуховой системы дельфинов, посвященных восприятию широкополосных шумовых сигналов, меняющих свои параметры, а также их классификации по определенным инвариантным признакам. Интерес к тому, как происходит их восприятие, связан с тем, что большинство реально существующих звуков в морской среде имеют широкополосный шумовой характер, и с тем, что эти сигналы имеют в своих спектрах много информационных признаков, которые могли бы быть использованы дельфином при их распознавании и идентификации. Изучение того, как и какие признаки используются при идентификации сигналов, позволило бы лучше понять механизм работы слуховой системы. Впервые выделение слуховой системой дельфина в спектре сигналов информационных признаков, содержащих инвариантность принадлежности к определенному классу, было показано Н.А. Дубровским с соавторами [12]. Ими же была представлена иерархически организованная система независимых спектральных признаков, которые могут быть использованы как инварианты при классификации сигналов. В порядке значимости это:

- 1. Макроструктура спектра (форма огибающей);
- Микроструктура спектра (дискретные составляющие);
- 3. Энергия сигнала.

В наших работах [13—17] была показана возможность и эффективность идентификации и классификации дельфинами низкочастотных шумоподобных сигналов, а также возможные информационные признаки в спектре сигналов, необходимые и достаточные для их различения. Тем не менее, некоторые вопросы восприятия дельфинами шумовых сигналов остались не изученными.

Задачей настоящей работы является выяснение функциональных возможностей слуховой системы афалины при восприятии, различении и классификации шума как полезного сигнала, в условиях воздействия шумовой помехи и в условиях пространственной неопределенности прихода сигнала при их одновременном предъявлении с разной степенью альтернативности, т.е. в условиях, подобных естественным.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Сигналы, используемые в данном исследовании, представляли собой имитации шумов или шумоподобные сигналы, применявшиеся нами в

предыдущих работах [13–17] (рис. 1). Имитация шумов производилась методом образования широкополосных сигналов, представляющих собой псевдослучайные последовательности прямоугольных импульсов разной полярности, заполненных несущей частотой 125 кГц. Такие последовательности отличаются от случайных тем, что изменение выходного напряжения происходит с частотой, кратной частоте тактовых импульсов, и последовательность имеет период. Такие смоделированные псевдослучайные непрерывные последовательности импульсов создают в результате шумоподобный процесс. Если его временная картина представляет собой различные последовательности прямоугольных импульсов, то спектр сигнала представляет собой набор дискретных составляющих (микроструктура спектра) и характерную для этого набора форму огибающей (макроструктура спектра). И набор дискретных составляющих, и форма их огибающей периодически повторяются по частотной оси с ростом частоты, каждый раз со все меньшей амплитудой. Поэтому эффективный частотный диапазон сформированных сигналов, который определялся временными параметрами импульсов и межимпульсными интервалами, имел низкочастотный характер и был сосредоточен в полосе 150 Гц – 5 кГц. Временное кодирование последовательностей импульсов позволяло формировать и моделировать многообразие широкополосных шумоподобных сигналов. Для их формирования были выбраны три последовательности импульсов, задающих определенный класс сигналов (1-й класс — 10100000, 2-й класс — 10100110, 3-й класс – 11110000). Последовательности импульсов могли растягиваться или сжиматься, что осуществлялось заданием разной длительности одиночного импульса т — 92, 260 и 560 мкс. Три сигнала одной частотно-временной структуры, но разного частотно-временного масштаба представляли один класс сигналов, а две другие структуры разных масштабов — два других класса сигналов. Для одного из дельфинов, участвующих в опытах, положительным был 1-й класс, для другого дельфина — 3-й.

Эксперименты проводились в свайно-сетевом вольере 7×9×6 м, расположенном в морской бухте. В исследовании принимали участие две взрослые афалины, ранее принимавшие участие в акустических исследованиях по различению шумовых сигналов, по методике поведенческих реакций с пищевым подкреплением при свободном плавании животных. На предъявленный экспериментатором положительный сигнал дельфин должен



Рис. 1. Временная и спектральная структуры сигналов. (а) — Временная структура сигналов. *T* — период следования группы импульсов в последовательности. $T_1 = 736$ мкс, $T_2 = 4480$ мкс, $T_3 = 2080$ мкс. τ — минимальная длительность одного импульса в каждом режиме работы: $\tau_1 = 92$ мкс, $\tau_2 = 560$ мкс, $\tau_3 = 260$ мкс ($T = 8\tau$). (б) — Спектральная структура сигналов. По оси абсцисс — частота, по оси ординат — амплитуда спектральных составляющих.

был подойти к пластмассовому манипулятору, находящемуся перед излучающим полезный шумовой сигнал гидрофоном (пьезокерамическая сфера диаметром 20 мм) и коснуться его, за что он получал рыбу. Подход животного на отрицательный сигнал не подкреплялся. На первом этапе перед дельфином ставилась задача отличить положительный класс сигналов с длительностью минимального одиночного импульса 92 мкс от сигнала отрицательного класса с импульсами той же длительности, но другой их последовательности. Сигналы положительного и двух отрицательных классов в случайном порядке последовательно излучались с одного гидрофона, находящегося в 6 м от животного. Далее вводились сигналы других длительностей одиночных импульсов 260 и 560 мкс, т.е. те же сигналы в разных частотно-временных масштабах. Экспериментальная программа обучения состояла из 20 сигналов положительного и по 20 сигналов каждого из отрицательных классов. По результатам первоначального обучения дельфины успешно классифицировали предъявляемые им сигналы с вероятностью P = 0.95 - 1.00.

В естественной среде обитания дельфин чаще встречается с необходимостью выделения и опознавания полезного сигнала, каковым в наших экспериментах являлся положительный шумовой сигнал, на фоне помех разнообразного происхождения. Поэтому на следующем этапе работы определялась способность слуха дельфина идентифицировать класс полезных шумовых сигналов на фоне шумовой помехи. Для зашумления полезного сигнала в 20 см за сигнальным гидрофоном был расположен гидрофон (пьезокерамическая сфера диаметром 30 мм), излучающий белый шум в полосе до 50 кГц. Для оценки отношения сигнал/шум измерялись уровни звукового давления полезного сигнала и звукового давления шумовой помехи в точке стартовой позиции животного. Для оценки порогового отношения сигнал/шум, при котором возможно эффективное распознавание сигнала, были выбраны несколько градаций уровня помехи.

Условия эксперимента следующего этапа были еще более приближены к естественным. Чаще всего у животного возникает необходимость выделения полезного сигнала на фоне одновременного присутствия разных сигналов, в том числе похожего происхождения, но являющихся в данный момент помехой. Причем, направление на источник полезного сигнала неизвестно или оно может меняться. Поэтому для создания ситуации, подобной естественной, в экспериментальном вольере были размещены второй сигнальный гидрофон,

идентичный первому, и такой же, как в первом случае, гидрофон, излучающий белый шум. Разнесение между первыми и вторыми парами гидрофонов – 3.5 м, угловое разнесение относительно стартовой позиции дельфина ~45° (рис. 2а). При такой постановке эксперимента эффективность правильного распознавания животным нужного сигнала зависит еще и от углового разнесения гидрофонов. Чем больше угол разнесения (вплоть до 180°), тем легче для дельфина задача и тем выше результат правильной работы. И чем острее угол, тем сложнее выполнение задачи. Поэтому в экспериментах был взят случай среднего углового разнесения (45°). Таким образом, одновременно и в случайном порядке попеременно с одного из разнесенных в вольере гидрофонов излучался сигнал положительного класса, а с другого один из двух сигналов отрицательных классов. Количество различных сочетаний положительных и отрицательных сигналов трех длительностей, излучаемых с двух гидрофонов, составляет 18. В экспериментальной программе было представлено 20 повторов всех возможных сочетаний. При этом общее количество предъявлений составило 360.

На следующем этапе исследования, после адаптации животных к усложнению задачи и оценки эффективности их работы в условиях альтернативного пространственного выбора на фоне шумовой помехи, пространственная неопределенность была увеличена введением третьей пары сигнального и помехового гидрофонов, расположенных на том же расстоянии и с таким же разнесением относительно предыдущих пар гидрофонов (рис. 2б). Дельфин должен был идентифицировать источник сигналов положительного класса, которые могли подаваться в случайном порядке на любой из трех расположенных в вольере сигнальных гидрофонов при одновременной подаче на другие сигнальные гидрофоны шумов отрицательных классов.

Каждое сочетание одновременно представляемых сигналов включало один сигнал положительного класса и два сигнала отрицательных классов разных частотно-временных режимов. Экспериментальная программа обеспечивала предъявление в случайном порядке всех возможных сочетаний сигналов на три сигнальных гидрофона, каковых было 81. При аналогичном двадцатикратном повторении общее число предъявлений составило 1620.

Для оценки отношения сигнал/шум проводилось измерение уровней звукового давления полезного сигнала и звукового давления шумовой помехи. Последний измерялся как суммарное



156



Рис. 2. Схема экспериментов. (а) — Альтернативный (из двух) пространственный выбор сигнала положительного класса. № 1 и № 2 — сигнальные гидрофоны (черные точки) и гидрофоны шумовой помехи (белые кружки). Белый кружок внизу — манипулятор стартовой позиции. (б) — Многоальтернативный (из трех) пространственный выбор сигнала положительного класса. № 1, 2, 3 — гидрофоны аналогично рис. 2а.

звуковое давление, создаваемое тремя гидрофонами, на которые подавался белый шум определенной амплитуды, излучаемый гидрофонами шумовой помехи, и звуковое давление двух сигнальных гидрофонов, на которые подавались сигналы отрицательных классов, воспринимаемых дельфином как помеха. В эксперименте определяли уровень помехи (отношения сигнал/шум), при котором животное выделяет положительный класс сигналов с вероятностью выше 0.7. Опыты проводились по программе, включающей все сочетания предъявляемых сигналов, подаваемые в случайном порядке. На каждый из выбранных уровней шума (суммарный шум шумовой помехи и одновременно звучащих сигналов отрицательных классов) предъявлялось по 80 сочетаний сигналов. Данные экспериментов статистически обрабатывались. Статистический анализ проводился с помощью пакета обработки данных "SPSS for Windows V. 13".

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты экспериментов по оценке эффективности классификации животными шумовых сигналов в условиях шумовой помехи и различной пространственной неопределенности представлены в таблице.

Статистически значимых различий между эффективностью работы двух животных не обнаружено, поэтому указаны только средние значения.

	Последовательный выбор				Выбор из двух				Выбор из трех			
Отношение сигнал/шум	6.7	0.33	0.27	0.17	6.7	0.33	0.27	0.2	2.7	2	1.3	0.7
Эффективность обнаружения, %	97.5	80	75	70	93	75	70	65	80	75	70	40

Таблица. Эффективность классификации дельфинами шумовых сигналов в условиях шумовой помехи и различной пространственной неопределенности

Доверительный интервал располагается в пределах 1-2%. Как видно, дельфин достаточно уверенно производит идентификацию и классификацию предъявляемых сигналов в случаях последовательного выбора сигналов и не намного хуже в случае альтернативного выбора из двух одновременно звучащих сигналов при интенсивности шумовой помехи, в четыре раза превосходящей интенсивность полезного сигнала. Многоальтернативный выбор источника сигналов из трех одновременно звучащих оказался более сложной задачей. В данном случае достоверная работа животного оказалась возможна, если интенсивность полезного сигнала превышала интенсивность помехи. Поэтому на этом этапе эксперимента были выбраны другие, более адекватные для данного случая отношения сигнал/шум.

Была сделана попытка провести эксперимент при дальнейшем увеличении пространственной альтернативности. Однако, при выборе из четырех одновременно звучащих источников сигналов вероятность правильной работы дельфина даже в отсутствие шумовой помехи оказалась недостоверной (ниже 0.7) [17]. Видимо, для животного это оказалось слишком сложной задачей, поэтому от данного усложнения было решено отказаться.

Полученные экспериментальные данные свидетельствуют о высокой степени помехозащищенности слуховой системы дельфина при различении и классификации полезных шумовых сигналов. Ранее проведенные исследования [13] показали, что слуховая система дельфина способна различать и классифицировать низкочастотные шумы как полезные сигналы, если в их структуре имеются инвариантные признаки в виде определенной ритмической последовательности импульсов. Способность эта сохраняется и при изменении частотно-временного масштаба внутри класса, при его растяжении сжатии. В настоящем исследовании показано, что слуховая система дельфина сохраняет высокую вероятность обнаружения и классификации этих сигналов в условиях

альтернативного выбора и пространственной неопределенности появления полезного сигнала при наличии шумовых помех, т.е. в условиях максимально приближенных к естественным. Полученные в этих условиях энергетические характеристики эффективности обнаружения дельфином полезного шумового сигнала на фоне помех различных уровней интенсивности свидетельствуют о высокой степени помехозащищенности слуховой системы животного при выделении полезного шумового сигнала из шума, которая сохраняется в сложных условиях альтернативного выбора и пространственной неопределенности появления сигнала. Способность же к пространственной локализации прихода сигнала у дельфинов также высоко развита и имеет чрезвычайно высокую точность как для активного, так и для пассивного слуха животных [18].

Сравнение полученных нами данных о помехоустойчивости слуховой системы дельфинов с помехоустойчивостью слуха других животных, а также с помехоустойчивостью гидроакустических систем свидетельствуют о существенном преимуществе сонара дельфина выделять полезный шумовой сигнал из шумовой же помехи. Дельфин способен выполнять поставленную задачу по идентификации шумового сигнала при наличии помехи, превосходящей сигнал в пять раз. По этому параметру слуховые системы как человека, так и многих животных уступают слуховой системе дельфина. Энергетические характеристики соотношения сигнал/помеха, обеспечивающие надежное выделение полезного сигнала, у человека составляют 1/1 [19], а у летучих мышей, которые, также как и дельфины, являются эхолоцирующими животными, 3/2 [20]. И, хотя абсолютно идентичных экспериментальных исследований по помехоустойчивости слуха дельфинов, летучих мышей и человека не проводилось из за их различного частотного слухового диапазона, среды обитания и других условий, порядок отношений сигнал/помеха говорит о лучшей помехоустойчивости слуховой системы дельфинов.

Технические гидроакустические системы также уступают сонару дельфина по помехоустойчивости. Простые малогабаритные гидроакустические системы могут работать при превышении сигнала над помехой в 2-4 раза. Сложные компьютеризированные и габаритные системы, обеспечивающие накопление и обработку полезного сигнала, могут работать при превосходящем уровне помехи, но даже в этом случае выполнение задачи в условиях многоальтернативной пространственной неопределенности становится проблематичным. Провести корректное количественное сравнение возможностей технической и живой системы еще более проблематично, но в рамках обсуждения возможно лишь упомянуть о качественном превосходстве живого сонара над техническим.

Каковы возможные физиологические механизмы, обеспечивающие эффективное выделение полезного сигнала на фоне шума? В любой приемной акустической системе это может осуществляться снижением интенсивности помехи в процессе прохождения сигнала в приемном тракте путем оптимальной обработки всей информации (полезного сигнала и помехи). Подавление проникновения помехи в живых системах возможно за счет механизмов пространственной избирательности слухового приема. В основе формирования пространственных характеристик слухового приема несомненно лежат физиологические механизмы бинаурального слуха, обеспечивающие направленное избирательное восприятие акустической информации из окружающего пространства, и особенности ориентационного поведения вида [19]. Для лоцирующих животных направленное восприятие сигналов приобретает особо важное значение, т.к. именно эти животные постоянно сталкиваются с необходимостью отличить полезный сигнал от постороннего мешающего шума по небольшой угловой разнице прихода звука. Способность слуховой системы отстраиваться от помех при обнаружении полезного сигнала в условиях шума зависит от степени пространственного разнесения источников сигнала и шума, и свойственна ряду видов животных, в том числе дельфину и человеку, а также летучим мышам [19–21]. В исследованиях на человеке, проведенных по методике пространственного смещения сигнала, было показано, что пространственное разделение источников сигнала и помехи приводит к падению маскирующего влияния помехи на величину до 10 дБ [22, 23]. У дельфина разнесение источников сигнала и шума в горизонтальной плоскости приводит к уменьшению маскирующего влияния

шума на величину 30 дБ [11, 22]. Такое же падение величины маскировки получено для летучих мышей [24]. При пространственном разнесении источников полезного сигнала и помехи за счет интерауральных различий в сигнале происходит уменьшение маскирующего влияния, и сигнал слышится лучше. В случае пространственного совмещения источников сигнала и помехи не существует интерауральных различий в параметрах сигналов на входе системы, и величина маскировки оказывается наибольшей. В этом случае в силу могут вступать иные механизмы, облегчающие выделение полезного сигнала из помехи. Одним из них может быть предварительная настройка слуховой системы при приеме соответствующих сигналов. Настройка системы на прием первоначально предъявляемых сигналов сходна с сенсорной доминантой и объясняется следовыми процессами в слуховых центрах (следовым возбуждением в нейронных сетях), избирательно возбужденных сигналом, и следовым торможением в конкурирующих нейронных группах, избирательно реагирующих на маскирующий шум. Вследствие активной настройки слуха на воспринимаемый полезный сигнал возможно постепенное увеличение ответа слуховых рецепторов [25]. Другим механизмом может быть оптимизация частоты заполнения сигнала (выбор из сигнала оптимальных для восприятия частот). Значение частоты сигнала для помехоустойчивости системы объясняется частотной характеристикой ее входа и особенностями ее нейронных сетей, которые обеспечивают предпочтение частот определенного диапазона.

Оптимальная обработка всей информации (сигнала и помехи), поступающей в приемный тракт, основана на использовании сложных сигналов. Лучшая разрешающая способность достигается при сигналах малой длительности. Как показали результаты настоящей работы, одним из механизмов повышения помехоустойчивости приемной системы дельфинов может быть селекция по длительности импульса. Использование его позволяет животному решить задачу выделения импульсного сигнала, длительность которого лежит в заданных пределах. В наших экспериментах искусственно заданное различие между сигналом и помехой создано с помощью временного кодирования последовательности импульсов, создающее у сигнала свой ритм и спектр с присущим только ему спектральным набором дискретных составляющих. Предварительное обучение животного обеспечило прием и восприятие его слуховой

системой, как положительных (за которые следует вознаграждение), только сигналов, имеющих заданные частотно-временные параметры. В отрицательных сигналах, являющихся помехой, частотно-временные параметры другие. В белом шуме тем более, там шум распределен равномерно по частоте и во времени. Исходя из аналогии с гидроакустическими системами, выделяющими подобные сигналы из помех, можно предположить, что слуховая система дельфина при различении полезного сигнала из массива положительного и отрицательных сигналов и шумовой помехи работает как приемник взаимно корреляционного типа, согласованного и оптимального фильтра, на выходе которого сигнал представляет собой функцию взаимной корреляции между полезным сигналом и всей поступающей на его вход информацией. Возможно, это достигается путем построения импульсной характеристики фильтра в виде зеркального отображения полезного сигнала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что слуховая система дельфина сохраняет высокую вероятность распознавания и классификации шумоподобных сигналов в условиях альтернативного выбора и пространственной неопределенности их появления при наличии шумовых помех, т.е. в условиях, максимально приближенных к естественным. Физиологические механизмы, используемые дельфинами для выделения полезного сигнала из помехи, представляют непосредственный интерес не только для биологов, но и для инженеров и специалистов в области теории обнаружения сигналов. Изучение этих механизмов должно способствовать более глубокому пониманию адаптационных возможностей специализированных биологических анализаторных систем и способствовать решению важнейших гидроакустических задач.

Все применимые международные, национальные и/или институциональные принципы ухода и использования животных соблюдены в соответствии с принципами Базельской декларации и рекомендациями ARRIVE. Настоящая статья не содержит каких-либо исследований с участием людей в качестве объектов изучения.

Работа выполнена при поддержке средств федерального бюджета по госзаданию на 2023 г. (№ 075-00967-23-00).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Au W.W.L.* The Sonar of Dolphins. New York: Springer-Verlag, 1993. 227 p.
- 2. *Белькович В.М., Дубровский Н.А.* Сенсорные основы ориентации китообразных. Л.: Наука, 1976. 203 с.
- Дубровский Н.А. Эхолокационный анализатор черноморской афалины // Черноморская афалина Tursiops truncatus ponticus. Морфология. Физиология. Акустика. Гидродинамика. Под ред. Соколова В.Е., Романенко Е.В. М., 1997. 672 с.
- 4. *Романенко Е.В.* Акустика дельфинов и рыб (обзор) // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 1. С. 82–92.
- 5. *Попов В.В., Супин А.Я.* Слух китов и дельфинов. KMK Scientific Press, 2013. 220 с.
- Попов В.В., Клишин В.О., Нечаев Д.И., Плетенко М.Г., Рожнов В.В., Супин В.Я., Сысуева Е.В., Тараконов М.Б. Влияние шума на слуховые пороги кита белухи // Докл. Акад. наук. 2011. Т. 440. № 4. С. 332–334.
- Попов В.В., Супин А.Я., Рожнов В.В., Сысуева Е.В., Клишин В.О., Нечаев Д.И., Плетенко М.Г., Тараканов М.Г. Влияние интенсивных шумовых сигналов на слуховую чувствительность белухи (Delphinapterus leucas) // Морские млекопитающие Голарктики. 2012. Т. 2. С. 191–195.
- Лямин О.И., Корнева С.М., Рожнов В.В., Мухамедов Л.М. Китообразные и акустический шум; от наблюдений за поведением животных к регистрации физиологических реакций // Морские млекопитающие Голарктики. 2012. Т. 2. С. 41–46.
- Southall B.L., Bowies A.E., Ellison W.T., Finneran J.J., Gentry R.Z., Greence C.R., Kasta K.D., Ketlen D.R., Miller J.H., Nachtigal P.E., Richardson W.J., Tomas J.A., Tyack P.L. Marine Mammal Noise Exposure Criteria: Initial Scientific Recommendations // Aquatic Mammals. 2007. V. 33. № 4. P. 1–521.
- Бабкин В.П., Дубровский Н.А. Одальности действия и помехоустойчивости эхолокационного аппарата дельфина-афалины при обнаружении различных мишеней // Тр. Акуст. института. 1971. Вып. 17. С. 29–42.
- Абрамов А.П., Голубков А.Г., Королев В.И., Фрадкин В.Б. О помехозащищенности гидролокатора дельфина // Тр. Акуст. института. 1971. Вып. 17. С. 24–28.
- Дубровский Н.А., Зориков Т.В., Квижинадзе О.Ш., Кураташвили М.М. Признаковое описание сигналов и принципы его организации в слуховой системе афалины // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 5. С. 933–937.

- 13. Зайцева К.А., Королев В.И., Ахи А.В. Распознавание дельфинами Tursiops truncatus классов шумоподобных сигналов // Журн. эвол. биохим. и физиол. 2008. Т. 44. № 2. С. 194–199.
- Зайцева К.А., Королев В.И., Ахи А.В. Устойчивость пассивного слуха дельфина Tursiops truncatus к деформации спектра низкочастотного шума // Журн. эвол. биохим. и физиол. 2012. Т. 48. № 6. С. 573-578.
- Зайцева К.А., Королев В.И., Ахи А.В. Чувствительность слуха дельфина Tursiops truncatus к полосовой фильтрации спектра низкочастотного шума // Журн. эвол. биохим. и физиол. 2015. Т. 51. № 2. С. 130–136.
- 16. Зайцева К.А., Королев В.И., Ахи А.В., Бутырский Е.Ю. Восприятие дельфином Tursiops truncatus шумов с нестабильной во времени частотной модуляцией их тональных компонент // Журн. эвол. биохим и физиол. 2017. Т. 53. № 3. С. 215–217.
- 17. Ахи А.В. Эффективность идентификации дельфинами (Tursiops truncatus) классов сложных шумоподобных сигналов в условиях пространственной неопределенности их одновременного предъявления // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. Т. 16. № 1. С. 90–97.
- 18. Рябов В.А. Роль асимметрии левого и правого наружного уха дельфина афалина (Tursiops trun-

catus) в пространственной локализации звука // Акуст. журн. 2023. Т. 69. № 1. С. 101–114.

- 19. Альтман Я.А. Пространственный слух. СПб.: Институт физиологии им. И.П. Павлова, 2011. 312 с.
- Grinnell A.D. Mechanisms of overcoming interference in echolocating animals // Animal sonar system. Biology and bionics. 1967. V. 1. Ed. Busnel R.G. JNRA-CNRZ. P. 451–481.
- Дьяченко С.М., Королев Л.Д., Резвов Р.Н., Чемоданов Б.К. Исследования способности дельфинаафалины определять направление на источник шумового сигнала // Тр. Акуст. института. 1971. Вып. 17. С. 43-46.
- Зайцева К.А., Акопиан А.И., Морозов В.П. Помехоустойчивость слухового анализатора дельфина как функция угла определения помехи // Биофизика. 1975. Вып. 3. С. 519–521.
- Мамакин Ю.М. Характеристики бинаурального анализатора слуховой системы человека в свободном звуковом поле // Биофизика. 1974. Т. 19. Вып. 6. С. 1–69–1076.
- 24. *Айрапетьянц Э.Ш., Константинов А.И.* Эхолокация в природе. Л.: Наука, 1974. 512 с.
- 25. Лапшин Д.Н. Функционирование слуховой системы комаров (Diptera Culicidae) в условиях имитации полета // Сенсорные системы. 2014. Т. 28. № 3. С. 52-67.

RECOGNITION AND CLASSIFICATION OF NOISE SIGNALS BY DOLPHINS UNDER CONDITIONS OF NOISE INTERFERENCE AND SPATIAL UNCERTAINTY OF THEIR SIMULTANEOUS PRESENTATION

A. V. Akhi^a

^a Federal State Budgetary Institution of Science Institute of Evolutionary Physiology and Biochemistry named after. THEM. Sechenov RAS, M. Torez Ave. 44, St. Petersburg, 194223 Russia

*e-mail: andrey.akhi@gmail.com

The ability of dolphin's auditory system to recognize and classify noise signals according to certain invariant features under the influence of noise interference and spatial uncertainty of their simultaneous presentation was studied. The bottlenose dolphins trained to differentiate such signals had to solve this problem under conditions simulating real marine ones, when the perception of a useful signal occurs against the background of similar signals and noise interference. First, the noise signals were sequentially presented to the animal against the background of white masking noise. Further the dolphin had to identify a signal of a positive class from several simultaneously sounding sound sources. The efficiency of the animal was evaluated at several given levels of noise interference. In this case, the actual noise interference was both white noise and simultaneously sounding negative signals. It's shown that the efficiency and noise immunity of dolphin's auditory system depend on the degree of alternativeness of the spatial uncertainty of the simultaneous presentation of signals.

Keywords: dolphin, noise signals, noise interference, signal classification by dolphins, spatial uncertainty

УДК: 534.784, 612.85

РАСПОЗНАВАНИЕ ПСИХОНЕВРОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ДЕТЕЙ С РАССТРОЙСТВАМИ АУТИСТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ПО РЕЧЕВЫМ СИГНАЛАМ: АКУСТИЧЕСКИЕ И ПЕРЦЕПТИВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

© 2024 г. А. С. Николаев^{а,*}

^аСанкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия *e-mail: al.nikolajew@gmail.com Поступила в редакцию 20.03.2023 г. После доработки 05.12.2023 г.

Принята к публикации 24.04.2024 г.

Исследовано распознавание взрослыми психоневрологического состояния детей с расстройствами аутистического спектра (PAC), n = 35, и типично развивающихся (TP) детей, n = 47, в возрасте 5—14 лет. Проведен перцептивный анализ, в котором приняли участие взрослые носители русского языка (аудиторы), n = 206. Для перцептивного анализа созданы тестовые последовательности (аудиотесты), содержащие слова и фразы детей с РАС и TP детей, отобранные из записей спонтанной речи. Перед аудиторами стояла задача на основе слухового восприятия определить психоневрологическое состояние ребенка: типичное—атипичное развитие. Проведен спектрографический анализ речевого материала детей с РАС и TP детей. Фразы детей с РАС характеризуются более низкой по сравнению с фразами TP детей скоростью речи, меньшим количеством слов, большей длительностью ударных и безударных гласных в словах, более высокими значениями частоты основного тона по фразе, слову, ударному и безударному гласному.

Ключевые слова: детская речь, расстройства аутистического спектра, перцептивный анализ, распознавание речи, акустический анализ

DOI: 10.31857/S0320791924030155 EDN: ZKNWKT

ВВЕДЕНИЕ

Одним из направлений речевых исследований является изучение возможности выявления по характеристикам голоса и речи индивидуальных особенностей говорящего, таких как возраст, пол говорящего [1, 2], его рост и вес [3], расовая и этническая принадлежность [4]. Многочисленные исследования направлены на определение патологических состояний по особенностям речи. Эти исследования направлены как на выявление специфических акустических характеристик, которые могли бы использоваться в качестве дополнительных диагностических признаков, так и на изучение восприятия речи слушателями. Анализируются особенности речи людей с различными диагнозами, такими как дизартрия, болезнь Паркинсона, синдром Дауна, умственная отсталость [5–9]. Ряд работ на материале разных языков посвящен описанию перцептивных [10–12], просодических [13] и акустических [14–16] характеристик речи детей с расстройствами аутистического спектра (РАС).

РАС объединяются комплексом общих симптомов, называющимся аутистической триадой и включающим нарушение или атипичность социального поведения (в особенности межличностных коммуникаций), ограниченность форм поведения и склонность к стереотипным действиям, нарушение языка и речи [17].

Одной из главных особенностей РАС является недоразвитие или отсутствие у детей навыков разговорной речи по сравнению с типично развивающимися (ТР) сверстниками [18, 19]. В зависимости от тяжести расстройства нарушения речи могут проявляться на разных уровнях ее организации (артикуляционном, грамматическом, прагматическом) и варьировать от достаточно хорошо сформированной речи у детей с высокофункциональным аутизмом [20] до полного ее отсутствия (мутизм). К общим патологическим особенностями речи детей с РАС относятся эхолалия, бедный словарный запас, нарушение грамматического строя фраз.

НИКОЛАЕВ

Речь детей с РАС представлена в основном отдельными словами и короткими фразами [18, 21], в лексике преобладают существительные [22, 23]. Отмечается своеобразное словоупотребление у детей с РАС, в частности использование слов в неправильном значении. Дети с РАС отстают по сравнению с ТР детьми в усвоении ряда грамматических категорий: предлогов, местоимений, множественного числа, вспомогательных и модальных глаголов [24–26].

У большинства детей с РАС наблюдаются нарушения артикуляции: неправильное или атипичное произношение фонем, несформированность аффрикат, неправильное произношение кластеров согласных и т.д. [16, 24, 27].

В классической работе Каннера [28] речь детей с аутизмом описана как монотонная, однако современные исследования речи детей с РАС на материале разных языков указывают на высокие значения частоты основного тона (ЧОТ) — одной из основных характеристик звучащей речи [29] — и ее вариативность [14, 30-32]. Есть также и работы, в которых показано отсутствие значимых различий между значениями ЧОТ детей с РАС и ТР детей [33], что, по-видимому, обусловлено ситуациями записи речи. У детей с РАС отмечают аномальную просодику и атипичное словесное и фразовое ударение [13, 14, 34], более низкую скорость речи [35]. Описанные акустические особенности речи детей с РАС являются универсальными и проявляются у детей вне зависимости от возраста [36].

Целью данной работы явилось изучение распознавания взрослыми психоневрологического состояния детей с РАС в возрасте 5–14 лет при прослушивании их речевого материала.

1. МЕТОДИКА

В исследовании приняли участие 82 ребенка в возрасте 5–14 лет: 35 детей с РАС (30 мальчиков, 5 девочек) и 47 ТР детей (37 мальчиков, 10 девочек). Речевой материал детей получен при тестировании по методике CEDM [37] и дополнительно отобран из базы "AD_Child.Ru" [38] и включал слова и фразы, вырезанные из записей спонтанной речи. База данных "AD_Child.ru", из которой отобран речевой материал, содержит всю необходимую медицинскую информацию о детях.

Дети с РАС, участвовавшие в исследовании, имели подтвержденный детским психиатром диагноз и баллы по шкале CARS [39] 31–43, что соответствует легкой и умеренной степени тяжести аутистического расстройства. Выборка детей с РАС представлена преимущественно мальчиками, что соответствует частоте проявления аутистических расстройств в популяции [40], поэтому группа ТР детей сформирована аналогичным образом.

Для перцептивного эксперимента созданы 10 тестовых последовательностей (аудитотестов), каждая из которых содержала по 30 фрагментов речевого материала, каждый сигнал в тестах предъявлялся однократно, интервал между сигналами — 5 с. Пять тестовых последовательностей содержали фразы детей: четыре теста включали речевой материал для каждой из возрастных групп (5–7 л, 8–9 л, 10–11 л, 12–14 л), один тест включал речевой материал детей 5–14 л. Тестовые последовательности, содержащие слова детей, организованы аналогично.

Проведен перцептивный эксперимент, в котором приняли участие взрослые носители русского языка (аудиторы; n = 206; 25 ± 4.5 лет; мужчин 99, женщин 107; с опытом взаимодействия с детьми — 139 взрослых, без опыта 67). Перед аудиторами стояла задача на основе слухового восприятия определить психоневрологическое состояние детей: типичное—атипичное развитие.

Инструментальный анализ речевых сигналов детей, правильно классифицированных аудиторами, проводили в программе "Cool Edit Pro 2.0". Анализ включал определение длительности фразы, длительности пауз, скорости речи (количество слогов в секунду). Во фразе выделяли слово, на которое падает смысловое ударение во фразе. Для выделенного слова определяли длительность, длительность ударных и безударных гласных, значение ЧОТ по слову и по гласным.

Статистическую обработку данных проводили в программе "STATISTICA 10".

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

В перцептивном эксперименте аудиторы прослушивали тесты, содержащие слова детей, и тесты, содержащие фразы детей. В тестах, содержащих слова детей, аудиторы отнесли к категории «атипичное развитие» 46.8% сигналов детей с РАС, к категории «типичное развитие» — 81% сигналов ТР детей. В тестах, содержащих фразы детей, аудиторы отнесли к категории «атипичное развитие» 65.3% сигналов детей с РАС; к категории «типичное развитие» — 92.8% сигналов ТР детей. Аудиторы мужского пола лучше распознают состояние детей с РАС, чем аудиторы женского пола (p < 0.01), значимых различий в распознавании состояния ТР детей не выявлено. Значимых



Рис. 1. Средняя полнота распознавания психоневрологического состояния детей аудиторами.

различий в классификации состояния детей аудиторами, имеющими опыт взаимодействия с детьми, и аудиторами без такового, не выявлено.

Аудиторы лучше распознают психоневрологическое состояние детей в тестах, содержащих фразы, чем в тестах, содержащих слова детей: средняя полнота распознавания (UAR) для тестов, содержащих слова детей, — 0.64; средняя полнота для тестов, содержащих фразы детей, — 0.79. Лучше всего аудиторы распознают состояние детей 5–7 и 12–14 лет. Значения средней полноты были максимальными в тестах на определение состояния детей в возрасте 5–7 (0.67 — слова; 0.82 — фразы) и 12–14 лет (0.65 — слова; 0.83 — фразы). Минимальные значения средней полноты были в тестах на определение состояния детей 8–9 лет: 0.62 слова; 0.72 — фразы (рис. 1).



Рис. 2. Скорость речи во фразах детей с РАС и ТР детей; * – *p* < 0.05; ** – *p* < 0.01; *** – *p* < 0.001 – критерий Манна–Уитни.

Длительность фраз, слов, пауз между словами не различается у детей с РАС и ТР детей. Фразы детей с РАС характеризуются меньшим числом слов (5–7 лет — p < 0.001; 8–9, 10–11 лет p < 0.01; 12–14 лет — p < 0.05 — критерий Манна—Уитни) и более низкой скоростью речи (5–7 лет — p < 0.01; 8–9 лет — p < 0.05; 10–11 лет — p <0.01; 12–14 лет — p < 0.001) по сравнению с фразами ТР детей (рис. 2).

Ударные гласные детей с РАС 8–9, 10–11 и 12–14 лет имеют большую длительность (p < 0.05; p < 0.001; p < 0.001 — соответственно) по сравнению с гласными ТР детей (рис. 3а). Безударные гласные детей с РАС 10–11 и 12–14 лет имеют большую длительность (p < 0.05) по сравнению с гласными ТР детей (рис. 36).



Рис. 3. Длительность (а) — ударных и (б) — безударных гласных из фраз детей с РАС и ТР детей; * — *p* <0.05; *** — *p* <0.001 — критерий Манна—Уитни.



Рис. 4. Значения ЧОТ (а) — по фразе и (б) — слову у детей с РАС и ТР детей; ** — *p* < 0.01 — критерий Манна—Уитни.

У детей с РАС в возрасте 10-11 и 12-14 лет значения ЧОТ по фразе и по слову выше (p < 0.01), чем у ТР детей (рис. 4).

Значения ЧОТ ударных гласных у детей с РАС в возрасте 8–9, 10–11 и 12–14 лет выше (p < 0.05; p < 0.05; p < 0.001 — соответственно), чем у ТР детей (рис. 5а). Значения ЧОТ безударных гласных у детей с РАС в возрасте 8–9 и 10–11 лет выше (p < 0.05; p < 0.01 — соответственно), чем у ТР детей (рис. 56).

Речевой материал детей с РАС, классифицированный аудиторами как принадлежащий детям с типичным развитием, характеризуется более высокими значениями ЧОТ по слову и фразе (p < 0.05) и более высокими значениями длительности ударного гласного (p < 0.01) по сравнению с речевым материалом ТР детей; более низкими значениями длительности ударных гласных по сравнению с речевым материалом детей с РАС, правильно классифицированном аудиторами (p < 0.01).

На основании корреляционного анализа (по Спирмену, p < 0.05) показаны связи между отнесением речевых сигналов детей к категории «атипичное развитие» и:

- 1. количеством слов во фразе (r = -0.47);
- скоростью речи (−0.5);
- 3. длительностью фразы (-0.35);
- длительностью ударного (0.47), безударного (0.24) гласного, длительностью пауз (0.18);
- 5. значениями ЧОТ по фразе (0.39), по слову (0.36), по ударному гласному (0.3);
- максимальными значениями ЧОТ по фразе (0.46), по слову (0.45), по ударному гласному (0.3), диапазоном ЧОТ по фразе (0.42).



Рис. 5. Значения ЧОТ (а) — ударных и (б) — безударных гласных из фраз детей с РАС и ТР детей. * — p < 0.05; ** — p < 0.01 — критерий Манна—Уитни.

На основании данных регрессионного анализа показана связь между отнесением речевых сигналов к категории «атипичное развитие» и:

- скоростью речи F (6, 113) = 8.3045, p < 0.0000 (R² = 0.269, β = -0.552);
- 2. максимальными значениями ЧОТ по фразе F (7, 112) = 7.7005, p < 0.0000 ($R^2 = 0.283$, $\beta = 0.548$);
- 3. минимальными значениями ЧОТ по фразе F (7, 112) = 7.7005, p < 0.0000 ($R^2 = 0.83$, $\beta = -0.472$);
- диапазоном ЧОТ ударного гласного *F* (6, 79) = 8.7813, *p* < 0.0000 (*R*² = 0.355, β = 0.477);
- длительностью безударного гласного F (6, 79) = 8.7813, p < 0.0000 (R² = 0.355, β = 0.267).

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Проведенное исследование показало способность взрослых правильно классифицировать психоневрологическое состояние детей по речевым сигналам. Состояние ТР детей взрослые определяют лучше, чем состояние детей с РАС. Возраст детей с РАС не влияет на распознавание их состояния взрослыми, однако влияет организация тестового материала: состояние детей аудиторы лучше распознают по фразам, чем по отдельным словам. Полученные данные согласуются с результатами исследований, проведенных на речевом материале детей с РАС в возрасте 11–12 лет [10].

Речевой материал детей с РАС, классифицированный аудиторами как принадлежащий детям с атипичным развитием, характеризуется высокими значениями ЧОТ и ее вариативности по фразе, слову, ударному гласному, низкой скоростью речи. Эти акустические характеристики являются отличительными особенностями речи детей с РАС [11, 14, 31, 35]. Речевой материал детей с РАС, классифицированный как принадлежащий детям с типичным развитием, также имеет отличия как от речевых сигналов ТР детей, так и от сигналов детей с РАС, правильно распознанных аудиторами. В частности, это отличия в длительности ударных гласных и значениях ЧОТ по слову и фразе.

Аудиторы относили к категории «атипичное развитие» также речевые сигналы детей с РАС с небольшим числом слов во фразе. Это может говорить о том, что аудиторы при распознавании психоневрологического состояния ребенка опираются не только на характеристики его голоса, но и на грамматическую структуру высказывания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены данные о распознавании взрослыми на основе слухового восприятия психоневрологического состояния детей с РАС и акустических характеристиках, влияющих на отнесение аудиторами речевых сигналов детей к категории «атипичное развитие».

Вероятность распознавания аудиторами психоневрологического состояния детей выше при прослушивании тестового материала, содержащего фразы детей, по сравнению с тестовым материалом, содержащим отдельные слова. Речевые сигналы детей с РАС, правильно классифицированные аудиторами, характеризуются более низкой по сравнению с речевыми сигналами ТР детей скоростью речи, меньшим количеством слов во фразах, большей длительностью ударных и безударных гласных, более высокими значениями ЧОТ по фразе, слову, ударному и безударному гласному, более широким диапазоном ЧОТ ударного гласного.

В настоящее время разрабатываются приложения для поддержки людей с атипичным развитием, их социализации и обучения, например, [41]. Создание таких приложений требует определения в первую очередь психоневрологического состояния людей с целью дальнейшего распознавания их эмоционального состояния с учетом диагноза и статуса. Полученные в работе данные о возможности распознавания взрослыми психоневрологического состояния детей с РАС, выделенные акустические характеристики речи детей, на которые опираются аудиторы, могут быть учтены при разработке автоматических систем распознавания речи.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ (№ 22-45-02007).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Сорокин В.Н., Макаров И.С.* Определение пола диктора по голосу // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 4. С. 659–668.
- Goy H., Pichora-Fuller M.K., van Lieshout P. Effects of age on speech and voice quality ratings // J. Acoust. Soc. Am. 2016. V. 139. № 4. P. 1648.
- Bruckert L., Liénard J.S., Lacroix A., Kreutzer M., Leboucher G. Women use voice parameters to assess men's characteristics // Proc. R. Soc. B: Biol. Sci. 2006. V. 273. P. 83–89.

- Perrachione T.K., Chiao J.Y., Wong P.C.M. Asymmetric riccultural effects on perceptual expertise underlie anown-race bias for voices // Cognition. 2010. V. 114. P. 42–55.
- Jones H.N., Crisp K.D., Kuchibhatla M., Mahler L., Risoli Th. Jr., Jones C.W., Kishnani P. Auditory-perceptual speech features in children with Down syndrome // Am. J. Intellect. Dev. Disabil. 2019. V. 124. № 4. P. 324–338.
- Kent R.D. Perceptual sensorimotor speech examination for motor speech disorders // Clinical management of sensorimotor speech disorders. Thieme. 2009. P. 19–29.
- O'Leary D., Lee A., O'Toole C., Gibbon F. Perceptual and acoustic evaluation of speech production in Down syndrome: A case series // Clin. Linguist. Phon. 2020. V. 34. № 1–2. P. 72–91.
- Verkhodanova V., Trckova D., Coler M., Lowie W. More than words: Cross-linguistic exploration of Parkinson's disease identification from speech // Lect. Notes Comput. Sci. 2020. V. 12335. P. 613–623.
- Ляксо Е.Е., Фролова О.В., Николаев А.С., Григорьев А.С. Перцептивный анализ взрослыми речи детей с расстройствами аутистического спектра, синдром Дауна, умственной отсталостью // Рос. физиол. журн. им. И.М. Сеченова. 2021. Т. 11. № 107. С. 1395–1407.
- Frolova O., Gorodnyi V., Nikolaev A., Grigorev A., Grechanyi S., Lyakso E. Developmental disorders manifestation in the characteristics of the child's Voice and speech: Perceptual and acoustic study // Lect. Notes Comput. Sci. 2019. V. 11658. P. 103–112.
- Redford M.A, Kapatsinski V., Cornell-Fabiano J. Lay Listener Classification and Evaluation of Typical and Atypical Children's Speech // Lang. Speech. 2018. V. 61. № 2. P. 277–302.
- 12. Ляксо Е.Е., Фролова О.В., Гречаный С.В., Матвеев Ю.Н., Верхоляк О.В., Карпов А.А. Голосовой портрет ребенка с типичным и атипичным развитием. СПб.: Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2020.
- Diehl J., Paul R. Acoustic and perceptual measurements of prosody production on the profiling elements of prosodic systems by children with autism spectrum disorders // Appl. Psycholinguist. 2013. V. 34. № 1. P. 135–161.

- 14. Bonneh Y.S., Levanov Y., Dean-Pardo O., Lossos L., Adini Y. Abnormal speech spectrum and increased pitch variability in young autistic children // Front. Hum. Neurosci. 2011. V. 4. № 237. P. 1–7.
- Lyakso E.E., Frolova O.V. Early development indicators predict speech features of autistic children // ICMI '20 Companion: Companion Publication of the 2020 Int. Conf. on Multimodal Interaction. 2020. P. 514–521.
- Wolk L., Brennan C. Phonological difficulties in children with autism: an overview // Speech, Lang. Hear. 2016. V. 19. № 2. P. 121–129.
- Wing L. The Definition and Prevalence of Autism: A Review // Eur. Child Adolesc. Psychiatry. 1993. V. 2. № 1. P. 61–74.
- Ляксо Е.Е., Фролова О.В., Григорьев А.С., Соколова В.Д., Яроцкая К.А. Распознавание взрослыми эмоционального состояния типично развивающихся детей и детей с расстройствами аутистического спектра // Рос. физиол. журн. им. И.М. Сеченова. 2016. V. 6. № 102. С. 729–741.
- Watson L.R., Patten E., Baranek G.T., Poe M., Boyd B.A., Freuler A., Lorenzi J. Differential associations between sensory response patterns and language, social, and communication measures in children with autism or other developmental disabilities // J. Speech Lang. Hear. Res. 2011. V. 54. № 6. P. 1562–76.
- 20. Grossman R.B., Edelson L.R., Tager-Flusberg H. Emotional facial and vocal expressions during story retelling by children and adolescents with high-functioning autism // J. Speech Lang. Hear. Res. 2013. V. 56. № 3. P. 1035–1044.
- Rapin I., Dunn M.A., Allen D.A., Stevens M.C., Fein D. Subtypes of language disorders in school-age children with autism // Dev. Neuropsychol. 2009. V. 34. № 1. P. 66–84.
- 22. Tek S., Mesite L., Fein D., Naigles L. Longitudinal analyses of expressive language development reveal two distinct language profiles among young children with autism spectrum disorders // J. Autism Dev. Disord. 2014. V. 44. № 1. P. 75–89.
- Boorse J., Cola M., Plate S., Yankowitz L., Pandey J., Schultz R.T., Parish-Morris J. Linguistic markers of autism in girls: evidence of a "blended phenotype" during storytelling // Mol. Autism. 2019. V. 10. P. 14.

166

- Boucher J. Research review: structural language in autistic spectrum disorder – characteristics and causes // J. Child Psychol. Psychiatry. 2012. V. 53. № 3. P. 219–233.
- Mazzaggio G., Shield A. The Production of Pronouns and Verb Inflections by Italian Children with ASD: A New Dataset in a Null Subject Language // J. Autism Dev. Disord. 2020. V. 50. P. 1425–1433.
- Terzi A., Marinis T., Zafeiri A., Francis K. Subject and Object Pronouns in High-Functioning Children with ASD of a Null-Subject Language // Front. Psychol. 2019. V. 10. P. 1301.
- Cleland J., Gibbon F.E., Peppé S.J., O'Hare A., Rutherford M. Phonetic and phonological errors in children with high functioning autism and Asperger syndrome // Int. J. Speech-Lang. Pathol. 2010. V. 1. № 1. P. 69–76.
- Kanner L. Autistic Disturbances of Affective Contact // Nervous Child. 1943. V. 2. P. 217–250.
- 29. Вольф Д.А., Мещеряков Р.В. Модель процесса сингулярного оценивания частоты основного тона речевого сигнала // Акуст. журн. 2016. Т. 62, № 2. С. 216–226.
- Filipe M.G., Frota S., Castro S.L., Vicente S.G. Atypical prosody in Asperger syndrome: perceptual and acoustic measurements // J. Autism Dev. Disord. 2014. V. 44. № 8. P. 1972–1981.
- Lyakso E., Frolova O., Grigorev A. Perception and acoustic features of speech of children with autism spectrum disorders // Lecture Notes in Computer Science. 2017. V. 10458. P. 602–612.
- 32. Sharda M., Subhadra T.P., Sahaya S., Nagaraja Ch., Singh L., Mishra R., Sen A., Singhal N., Erickson D., Singh N. Sounds of melody – Pitch patterns of speech in autism // Neurosci. Lett. 2010. V. 478. № 1. P. 42–45.
- 33. *Shriberg L.S., Paul Rh., Black L.M., van Santenc J.P.* The Hypothesis of apraxia of speech in children with

autism spectrum disorder // J. Autism Dev. Disord. 2011. V. 41. № 4. P. 405–426.

- Paul R., Augustyn A., Klin A., Volkmar F. Perception and production of prosody by speakers with autism spectrum disorders // J. Autism Dev. Disord. 2005. V. 35. P. 205–220.
- 35. Patel S.P., Nayar K., Martin G.E., Franich K., Crawford S., Diehl J.J., Losh M. An Acoustic Characterization of Prosodic Differences in Autism Spectrum Disorder and First-Degree Relatives // J. Autism Dev. Disord. 2020. V. 50. № 8. P. 3032–3045.
- Lyakso E., Frolova O., Nikolaev A. Voice and speech features as diagnostic symptom // Psychological Applications and Trends. 2021. P. 259–363.
- Lyakso E., Frolova O., Kleshnev E., Ruban N., Mekala M., Arulalan K.V. Approbation of the Child's Emotional Development Method (CEDM) // ICMI '22 Companion: Companion Publication of the 2022 Int. Conf. on Multimodal Interaction. 2022. P. 201–210.
- Lyakso E., Frolova O., Karpov A. A New Method for Collection and Annotation of Speech Data of Atypically Developing Children // Proc. 2018 Int. Conf. on Sensor Networks and Signal Processing. SNSP 2018. 2019. P. 175–180.
- 39. Schopler E., Reichler R.J., DeVellis R.F., Daly K. Toward objective classification of childhood autism: Childhood Autism Rating Scale (CARS) // J. Autism Dev. Disord. 1980. V. 10. № 1. P. 91–103.
- 40. Nicholas J.S., Charles J.M., Carpenter L.A., King L.B., Jenner W., Spratt E.G. Prevalence and characteristics of children with autism spectrum disorders // Ann. Epidemiol. 2008. V. 18. № 2. P. 130–136.
- Frauenberger C., Good J., Pares N. Autism and technology: Beyond assistance & intervention // Proc. of the 2016 CHI Conference Extended Abstracts on Human Factors in Computing Systems. 2016. P. 3373–3378.

НИКОЛАЕВ

RECOGNITION OF PSYCHONEUROLOGICAL STATE OF CHILDREN WITH AUTISM SPECTRUM DISORDER BY FEATURES OF SPEECH: ACOUSTIC AND PERCEPTUAL FEATURES

A. S. Nikolaev^a

^aSt. Petersburg State University, St. Petersburg, Russia

*e-mail: al.nikolajew@gmail.com

The work is devoted to studying of recognition of psychoneurological state of children aged 5–14 with autism spectrum disorder (ASD), n = 35, and typically developing (TD) children, n = 45, by adults. A perceptual analysis was carried out, in which adult native speakers of the Russian language (auditors), n = 206, took part. Test sequences (audiotests) with words and phrases of ASD and TD children selected from spontaneous speech recordings were created for perceptual research. Auditors' task was to determine psychoneurological state of children (typical/atypical development) based on auditory perception. A spectrographic analysis of phrases of children was carried out. Phrases of ASD children in comparison with TD children are characterized by lower speech rate, fewer words, great stressed and unstressed vowel duration, great values of pitch in phrase, word, stressed and unstressed vowel.

Keywords: child speech, autism spectrum disorder, perceptual analysis, speech recognition, acoustic analysis