

УДК 534.138

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И РАССЕЯНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В СУСПЕНЗИЯХ, СОДЕРЖАЩИХ ЧАСТИЦЫ С ВРАЩАТЕЛЬНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

© 2025 г. И. Н. Диденкулов^{a,b,*}

^aФГБУН Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова
Российской академии наук, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

^bФГБОУ ВО Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
пр. Гагарина 23, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: din@ipfran.ru

Поступила в редакцию 25.11.2024 г.

После доработки 19.12.2024 г.

Принята к публикации 24.12.2024 г.

Проанализировано поглощение и рассеяние звука в суспензиях с вращательными движениями частиц. Такие вращательные (угловые) колебания возможны, если центр масс частицы смещен относительно центра плавучести. В подобных суспензиях имеет место специфическое затухание и рассеяние звука. Эти эффекты могут найти применение в задачах диагностики суспензий в природных средах и в технологических процессах, а также при создании метаматериалов.

Ключевые слова: акустические волны, суспензии, вращательные колебания, затухание и рассеяние звука

DOI: 10.31857/S0320791925010063, EDN: BQTVDQ

ВВЕДЕНИЕ

Виталий Анатольевич Зверев вспоминал [1], что его первая научная задача возникла в результате знакомства с М.А. Исаковичем и его работой о распространении звука в эмульсиях [2]. Проблема состояла в измерении чрезвычайно малой дисперсии скорости ультразвука в эмульсиях и не могла быть решена традиционным методом. Виталий Анатольевич предложил оригинальный модуляционный метод [3], который основан на измерении перехода фазовой модуляции в амплитудную путем регистрации изменений фазового инварианта при распространении модулированной волны в исследуемой среде. Чувствительность метода уже в то время оказалась такой, что соответствует изменению скорости звука в воде на величину 1 см/с при изменении частоты на 100 кГц на длине пути 10 см [4]. Впоследствии Виталий Анатольевич не раз обращался к идее модуляционного метода для решения различных задач: от оптического некогерентного спектрального и корреляционного анализа до нелинейной акустики [5].

Сама же задача о распространении звука в микронородных средах — эмульсиях и суспензиях давно привлекала внимание ученых во всем

мире [6]. Суспензии часто встречаются в природе, а в наши дни широко используются в технологических процессах, и поэтому акустическая диагностика таких сред является актуальной задачей. Кроме того, подобные среды с микроструктурой как жидкие, так и твердые, представляют значительный интерес с точки зрения создания метаматериалов с заданными свойствами, например, обеспечивающих оптимальное поглощение звука [7]. Обычно в задачах распространения волн в суспензиях учитываются лишь монополюсные и дипольные колебания [8, 9]. Рассеяние на частице малого волнового размера зависит от сжимаемости и плотности вещества частицы. Если частица имеет сжимаемость, отличную от сжимаемости среды, то возникает рассеяние монополюсного типа. Если частица имеет другую плотность, чем окружающая среда, то частица совершает поступательные колебания относительно частиц среды, что приводит к дипольному рассеянию. Встречаются частицы с нейтральной плавучестью, которые практически не оказывают влияния на распространение звука. Однако в случае, если центр масс частицы смещен, т.е. не совпадает с точкой приложения силы Архимеда, в акустическом поле на частицу

действует переменный во времени с частотой звуковой волны вращающий момент сил, в результате чего частица совершает угловые колебания. На возможность угловых колебаний частиц суспензии со смещенным центром масс, по-видимому, впервые было обращено внимание в нашей работе [10]. Такие колебания частиц сопровождаются вязким трением и приводят к потере энергии акустической волны. Смещение центра масс частицы может быть вызвано неравномерным распределением плотности внутри частицы. Неравномерность плотности можно моделировать точечным довеском массы на поверхности частицы, который может быть как положительным, так и отрицательным. Ранее угловые колебания частиц суспензии рассматривались для сферических, дисковых и стержнеподобных частиц [10, 11].

Целью данной работы является анализ поглощения и рассеяния звука в суспензии, содержащей стержнеподобные частицы.

1. КОЛЕБАНИЯ СТЕРЖНЕПОДОБНОЙ ЧАСТИЦЫ

Рассмотрим колебания стержнеподобной частицы со смещенным центром масс. Схема задачи показана на рис. 1. Частица, представляющая собой круглый стержень длины l радиусом R , имеет на одном ее краю точечный довесок массы. При этом полагаем, что средняя плотность частицы равна плотности ρ окружающей жидкости, а величина довеска массы Δm много меньше полной массы частицы m : $|\Delta m| \ll m$, $m = \pi R^2 l \rho$. Довесок массы в общем случае может быть как положительным, так и отрицательным. Считаем, что размеры частицы удовлетворяют соотношению $R \ll l \ll \lambda$,

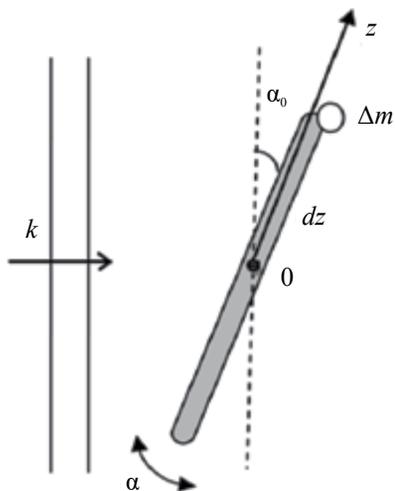


Рис. 1. Схема задачи для анализа колебаний стержнеподобной частицы.

где λ — длина звуковой волны. Ось цилиндра образует угол α_0 с фронтом плоской звуковой волны — плоскостью, перпендикулярной волновому вектору.

В акустическом поле частицы жидкости совершают продольные колебания. Если средняя плотность рассматриваемой частицы суспензии равна плотности жидкости, она будет совершать такие же колебания. Удобнее анализировать воздействие акустического поля на частицу в неинерциальной системе отсчета, связанной с частицей. В этой системе отсчета на частицу действует переменная во времени инерциальная сила, которая из-за наличия неравномерного распределения плотности стержня (наличия довеска массы) приводит к возникновению вращающего момента силы M_{in} . Помимо момента M_{in} , вызывающего вращательные движения, на частицу действует также момент сил вязкого трения M_{fr} .

Следуя [11], запишем уравнение вращательных колебаний частицы в виде:

$$J\ddot{\alpha} = M_{in} + M_{fr}, \quad (1)$$

где $\ddot{\alpha}$ — угловое ускорение, J — момент инерции частицы [12]:

$$J = ml^2/12.$$

Так как частица вызывает колебания прилегающего объема среды, то необходимо также учесть присоединенную массу колеблющегося стержня [12], которая в данном случае (для стержня) совпадает с массой самого стержня, поскольку плотность стержня совпадает с плотностью окружающей жидкости. Соответственно, суммарный момент инерции J_0 стержня принимает вид

$$J_0 = 2J = ml^2/6. \quad (2)$$

Момент M_{in} можно выразить через продольное ускорение частиц среды в звуковой волне a , угол α_0 , величину довеска массы Δm и плечо силы, равное половине длины стержня $l/2$:

$$M_{in} = -\Delta m a(l/2) \cos \alpha_0. \quad (3)$$

Поскольку ускорение a и скорость u продольных движений частиц среды связана с давлением p в бегущей акустической волне уравнением:

$$a = \partial u / \partial t = -(1/\rho) \nabla p,$$

то для гармонической плоской волны $p = p_a \exp(i\omega t - ikx)$ имеем:

$$M_{in} = -ikp(1/\rho) \Delta m(l/2) \cos \alpha_0, \quad (4)$$

где $k = \omega/c$ — волновое число, $\omega = 2\pi f$, f — частота, c — скорость звука, ρ — плотность жидкости.

Момент сил вязкого трения M_{fr} можно найти в предположении, что обтекание каждого

малого участка цилиндра длиной dz происходит аналогично обтеканию бесконечного цилиндра потоком жидкости со скоростью $v(z) = z\dot{\alpha}$, где $\dot{\alpha} = (d\alpha/dt)$ — угловая скорость вращательных колебаний. При этом характер обтекания стержня вблизи оси вращения и вдали от нее может быть существенно разным, так как он зависит от отношения δ/R , где $\delta(\omega) = \sqrt{2\vartheta/\omega}$ — толщина осциллирующего пограничного слоя, $\vartheta = \eta/\rho$ — кинематическая вязкость, η — динамическая вязкость [13, 14].

Поскольку скорость обтекания при вращательных колебательных движениях стержня линейно зависит от расстояния от оси вращения, основной вклад в силу сопротивления из-за вязкого трения будут давать части стержня, удаленные от оси. Основываясь на этом, мы будем пренебрегать различиями в характере обтекания стержня при разных z и используем выражение для силы F_{fr} , действующей на единицу длины цилиндра при $\delta \ll R$ [14]:

$$F_{fr} = -2\pi Rv(z)\sqrt{2\rho\eta\omega}.$$

Теперь можно найти момент силы вязкого трения:

$$M_{fr} = -2 \int_0^{l/2} zF_{fr}(z)dz = (\pi/6)\sqrt{2\omega\vartheta\rho}Rl^3\dot{\alpha}. \quad (5)$$

Тогда уравнение колебаний стержня (1) можно переписать в виде:

$$\ddot{\alpha} + \omega(\delta/R)\dot{\alpha} = -3i(\omega/c)(\Delta m/m)(\cos\alpha_0/\rho l)p_a e^{i\omega t}. \quad (6)$$

Уравнение (6) учитывает массу частицы вместе с присоединенной массой. Решая уравнение (6), найдем угловые колебания α и угловую скорость $\dot{\alpha}$ стержня:

$$\dot{\alpha} = -\frac{3\cos\alpha_0(\Delta m/m)(p_a/\rho cl)}{[1 - i(\delta/R)]} e^{i\omega t}. \quad (7)$$

2. ПОГЛОЩЕНИЕ ЗВУКА ЧАСТИЦЕЙ

Потери энергии, вызванные вязким трением колеблющейся частицы, рассматривались в [11]. Следуя этой работе, оценим среднюю за период колебаний мощность потерь \dot{W} (мощность силы трения со знаком минус) по формуле:

$$\dot{W} = - (1/2) M_{fr}(\dot{\alpha})^*, \quad (8)$$

где звездочка обозначает комплексное сопряжение. Подставляя (5) и (7) в (8) и используя условие $(\delta/R) \ll 1$, получим

$$\dot{W} = (3/2)\pi\omega\delta Rl \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 \frac{p_a^2}{\rho c^2} \cos^2\alpha_0. \quad (9)$$

Поглощающую способность неоднородностей характеризуют сечением поглощения σ , равным отношению мощности потерь энергии \dot{W} к интенсивности падающей волны I :

$$\sigma = \dot{W}/I, \quad (10)$$

где $I = |p_a|^2/(2\rho c)$ — интенсивность поля плоской волны. Из выражений (9) и (10) можно получить среднее сечение поглощения $\langle\sigma_{ab}\rangle$ с учетом равномерного распределения угла α_0 :

$$\langle\sigma_{ab}\rangle = \frac{3\pi k\delta Rl}{2} \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2. \quad (11)$$

3. РАССЕЯНИЕ ЗВУКА ЧАСТИЦЕЙ

Рассмотрим теперь рассеяние звука на отдельной частице. Частица, изображенная на рис. 1, в звуковом поле совершает малые угловые колебания. При этом смещения верхней и нижней половинок стержня происходят в противоположных направлениях. В силу симметрии элементы стержня длиной dz , находящиеся на одинаковом расстоянии от оси вращения, т.е. z и $-z$, смещаются на одну и ту же величину: αz и $-\alpha z$, соответственно. Поэтому движения этих элементов соответствуют движениям двух дипольных частиц, совершающих поступательные колебания в противоположных направлениях, а расстояние между частицами составляет $2z$. Такая конфигурация при условии $l \ll \lambda$ соответствует поперечному акустическому квадруполью [15, 16].

Будем рассматривать нашу стержневую частицу как набор элементарных поперечных квадруполей, образованных двумя дипольными частицами dz , с расстояниями между ними, распределенными от 0 до $2z$. В качестве элементарной дипольной частицы примем поступательные колебания сферы, имеющей такую же присоединенную массу, как и у нашей элементарной цилиндрической частицы. В этом случае можно воспользоваться классическими формулами излучения диполя и квадруполя [15, 16]. Дальнее акустическое поле излучения p_q поперечного квадруполя согласно [15] имеет вид:

$$p_q(r) = -\frac{i\rho ck^3}{4\pi r} Q_{xy} \cos\beta \cos\gamma, \quad (12)$$

где Q — объемная скорость одного из четырех монополей, составляющих поперечный квадруполь, x и y — расстояния между элементарными монополями, составляющими поперечный квадруполь, $\cos\beta$ и $\cos\gamma$ — углы (r,x) и (r,y) . Величина $Q_q = (Q_{xy})$ представляет собой момент квадруполя, который в свою очередь выражается через момент $Q_d = Q_x$ диполя:

$$Q_q = Q_{xy} = Q_d y. \quad (13)$$

Момент диполя можно также выразить через скорость осцилляций эквивалентного шара [15]:

$$Q_d = 3V_{ad}u, \quad (14)$$

где V_{ad} — присоединенный объем осциллирующего шара, а u — его скорость. Тогда для элементарного эквивалентного момента диполя dQ_{dr} , формирующего элементарную дипольную частицу, образованную из элемента dz стержня, с учетом (13) и (14) получим:

$$dQ_{dr} = 3dV_{adr}u(z) = 3\pi R^2 dz \dot{\alpha}z, \quad (15)$$

где dV_{adr} — присоединенный объем стержня радиусом R и длиной dz , $u(z)$ — поступательная скорость элемента стержня dz . Из (13) и (15) можно выразить элементарный момент квадрупольной частицы dQ_{qr} , сформированного двумя элементарными диполями dz стержня, находящимися на расстоянии $2z$ друг от друга (по разные стороны от оси вращения):

$$dQ_{qr} = dQ_{dr} 2z = 6\pi R^2 \dot{\alpha}z^2 dz. \quad (16)$$

Тогда полный момент квадрупольной частицы Q_{qr} принимает вид:

$$Q_{qr} = \int_0^{l/2} dQ_{qr} = \frac{\pi R^2 l^3}{4} \dot{\alpha}. \quad (17)$$

В соответствии с [15] полная мощность W , излучаемая поперечным квадруполем,

$$W = \frac{\rho c k^6}{120\pi} (2Q_{qr})^2. \quad (18)$$

Подставляя в (18) выражения (17) и (7) и учитывая, что $\delta \ll R$, получим

$$W = \frac{3\pi k^6 R^4 l^4}{80\rho c} \left(\frac{\Delta m}{m} \right)^2 |p_a|^2. \quad (19)$$

Используя (10) и (19), приходим к выражению для среднего сечения рассеяния $\langle \sigma_s \rangle$ стержнеподобной частицы, совершающей угловые колебания в акустическом поле:

$$\langle \sigma_s \rangle = \frac{3\pi k^6 R^4 l^4}{40} \left(\frac{\Delta m}{m} \right)^2. \quad (20)$$

Интересно сравнить сечения рассеяния и поглощения. Из выражений (20) и (11) получим:

$$\frac{\langle \sigma_s \rangle}{\langle \sigma_{ab} \rangle} = \frac{k^5 R^3 l^3}{20\delta}. \quad (21)$$

Оценки показывают, что для частицы с параметрами $l \approx 10R \approx 0.1$ мм, находящейся в воде, вклад

рассеяния в общих потерях начинает превалировать над поглощением, начиная примерно с 4 МГц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведен сравнительный анализ эффектов поглощения и рассеяния звука маленькой по сравнению с длиной волны стержнеподобной частицей нейтральной плавучести со смещенным центром масс. Акустическое поле, воздействуя на такие частицы, приводит к возбуждению вращательной степени свободы — вращательным (угловым) колебаниям. Эти колебания приводят к квадрупольному рассеянию звука, а вязкое трение колеблющихся частиц суспензии — к поглощению акустической волны. В работе получены выражения для сечения рассеяния и поглощения звука. Показано, что на низких частотах в потерях энергии волны преобладает поглощение из-за вязкого трения, а на высоких — рассеяние. Для водных суспензий частиц со смещенным центром масс рассеяние становится значимым на частотах порядка нескольких мегагерц.

Рассмотренные механизмы поглощения и рассеяния акустических волн необходимо учитывать при анализе экспериментальных данных о распространении звука в суспензиях и разработке методов их диагностики. Обратим также внимание на возможное использование суспензий частиц со смещенным центром масс в акустических технологиях очистки от загрязнений. В последние годы, благодаря, прежде всего, работам Т. Лейтона (T.G. Leighton) активно развивается новый метод ультразвуковой технологии очистки различных поверхностей от загрязнений [17, 18]. Эта технология уже опробована как на жировых, так и на биологических загрязнениях, включая бактерии и вирусы [18–20]. Здесь главным действующим агентом выступают активированные акустическим полем газовые пузырьки, движущиеся в струе жидкости, падающей на очищаемую поверхность [17–21]. Особенность метода состоит в том, что активация пузырьков ультразвуком приводит к возбуждению “ряби” на их поверхности — поверхностными волнам и связанными с ними микроосцилляторными движениями жидкости [22]. Эффект очистки достигается благодаря воздействию этих микропотоков в тонком слое вблизи пузырька на загрязненную поверхность [18–21].

Вращательные колебания частиц суспензии также порождают микропотоки в прилегающем к ним погранслое жидкости. По нашему мнению, частицы со смещенным центром масс можно рассматривать в качестве перспективных агентов в технологии ультразвуковой очистки.

Работа выполнена в рамках госзадания ИПФ РАН (тема № FFUF-2024-0035).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зверев В.А.* Наука: как писать диссертацию? https://dzen.ru/a/Y8_KOhwBryqSocZl
2. *Исакович М.А.* О распространении звука в эмульсиях // Журн. эксп. теор. физ. 1948. Т. 18. № 10. С. 907–912.
3. *Зверев В.А.* Модуляционный метод измерения дисперсии ультразвука // Докл. Акад. наук СССР. 1953. Т. 91. № 4. С. 791–794.
4. *Зверев В.А.* Модуляционный метод измерения дисперсии ультразвука // Акуст. журн. 1956. Т. 2. № 2. С. 142–145.
5. *Зверев В.А.* Избранные труды. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2004. 432 с.
6. *Исакович М.А.* Л.И. Мандельштам и распространение звука в микронеоднородных средах // Успехи физ. наук. 1979. Т. 129. № 3. С. 531–540.
7. *Бобровницкий Ю.И., Томилина Т.М.* Поглощение звука и метаматериалы (Обзор) // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 5. С. 517–525.
8. *Лебедев-Степанов П.В., Рыбак С.А.* Поглощение звука раствором наночастиц // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 3. С. 326–330.
9. *Лебедев-Степанов П.В., Руденко О.В.* О затухании звука в жидкости, содержащей взвешенные частицы микро- и нанометровых размеров // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 6. С. 706–711.
10. *Диденкулов И.Н., Езерский А.Б., Селивановский Д.А.* Распространение звука в среде, содержащей частицы со смещенным центром масс // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 3. С. 425–426.
11. *Диденкулов И.Н., Сагачева А.А.* Распространение звука в суспензии частиц с вращательной степенью свободы // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 1. С. 16–19.
12. *Тарг С.М.* Краткий курс теоретической механики. М.: Высшая школа, 1995.
13. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Курс теоретической физики. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука. Гл. редакция физико-математической литературы, 1986.
14. *Слезкин Н.А.* Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гос. изд. технико-теоретической литературы, 1955.
15. *Скучик Е.* Основы акустики. Т. 2. М.: Мир, 1976.
16. *Бобровницкий Ю.И.* Физическая модель и характеристики ближнего поля мультиполя // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 1. С. 11–20.
17. *Leighton T.G., Birkin P.R., Offin D.G.* A new approach to ultrasonic cleaning // Proc. Meet. Acoust. 2013. V. 19. 075029. <https://doi.org/10.1121/1.4799209>
18. *Birkin P.R., Offin D.G., Leighton T.G.* An activated fluid stream — New techniques for cold water cleaning // Ultrason. Sonochem. 2015. V. 29. P. 612–618. <https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2015.10.001>
19. *Malakoutikhah M., Dolder C., Secker T., Zhu M., Harling C.C., Keevil C., Leighton T.* Industrial lubricant removal using an ultrasonically activated water stream, with potential application for Coronavirus decontamination and infection prevention for SARS-CoV-2 // Transactions of the IMF. 2020. V. 98. N. 5. P. 258–270. <https://doi.org/10.1080/00202967.2020.1805221>
20. *Chong W.Y., Cox C., Secker T.J., Keevil C.W., Leighton T.G.* Improving livestock feed safety and infection prevention: Removal of bacterial contaminants from hay using cold water, bubbles and ultrasound // Ultrason. Sonochem. 2021. V. 71. 105372. <https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2020.105372>
21. *Secker T.J., Harling C.C., Hand C., Voegeli D., Keevil C.W., Leighton T.G.* A proof-of-concept study of the removal of early and late phase biofilm from skin wound models using a liquid acoustic stream // Int. Wound J. 2022. V. 19. P. 2124–2135. <https://doi.org/10.1111/iwj.13818>
22. *Maksimov A.O., Leighton T.G.* Pattern formation on the surface of a bubble driven by an acoustic field // Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci. 2012. V. 468. P. 57–75. <https://doi.org/10.1098/rspa.2011.0366>

Propagation and Scattering of Acoustic Waves in Suspensions Containing Particles with a Rotational Degree Of Freedom

I. N. Didenkulov^{a,b,*}

^a*Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod 603950, Russia*

^b*Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod 603950, Russia*

*e-mail: din@ipfran.ru

In this paper, the absorption and scattering of sound in suspensions with rotational movements of particles is analyzed. Such rotational (angular) oscillations are possible if the center of mass of the particle is shifted relative to the center of buoyancy. In such suspensions, there is a specific attenuation and scattering of sound. These effects can be used in the tasks of diagnosing suspensions in natural environments and in technological processes, as well as in the creation of metamaterials.

Keywords: acoustic wave, suspensions, angular oscillations, attenuation and scattering of sound.