

УДК 621.396.67.012

ПОСТРОЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ СВЕРХРАЗРЕШАЮЩИХ МЕТОДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЭКВИДИСТАНТНЫХ ПЛАНАРНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

© 2025 г. А. А. Родионов^а, Н. В. Савельев^{а,*}^аФедеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова
Российской академии наук, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: saveliev@ipfran.ru

Поступила в редакцию 29.08.2024 г.

После доработки 28.10.2024 г.

Принята к публикации 24.12.2024 г.

Проведены исследования возможности применения планарных неэквилидистантных антенных решеток в задачах построения акустических изображений. Такие антенные решетки могут применяться, например, для диагностики различных механизмов с целью определения областей повышенного шумоизлучения. Для определения преимуществ использования неэквилидистантных антенн в работе проведено численное моделирование. Приведены сравнения современных классических методов сверхразрешения с одним из новых методов, разработанным в ИПФ РАН. Полученные результаты подтвердились в эксперименте. Результаты работы позволяют сделать вывод, что планарные разреженные неэквилидистантные антенные решетки дают возможность уменьшить количество используемых микрофонов или расширить частотный диапазон в задачах выделения источников и разрешения их в пространстве.

Ключевые слова: разреженная антенная решетка, акустическое изображение, разрешение источников

DOI: 10.31857/S0320791925010075, EDN: BQSTBN

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время микрофонные антенные решетки (АР) находят применения в широком классе прикладных задач. Одной из многочисленных областей их использования является построение акустических изображений — распределений в пространстве энергетических величин звукового поля. Например, такой подход активно применяется для диагностики механоакустических систем, для которых требуется выявить области повышенного шумоизлучения [1]. Также АР применяются для локализации источника звука или разделения двух и более источников. Простейшим вариантом применяемых АР является линейная эквидистантная решетка с межэлементным расстоянием в полдлины волны. Отметим, что В.А. Зверев посвятил немало времени задачам формирования изображений акустических источников в мелком море с использованием линейных антенных решеток [2]. В данной работе мы продолжаем подобные исследования уже в акустике. Для построения пространственных акустических изображений более эффективным является использование планарных (плоских)

АР, поскольку они обладают разрешением в двух плоскостях. Характеристики как линейной, так и планарной АР зависят от отношения D/λ , где D — длина АР (для планарной АР D_x и D_y — размеры вдоль координатных осей), λ — длина волны. Например, для линейной АР $D/\lambda = N/2$, где N — число элементов АР. Таким образом, характеристики АР зависят от количества элементов АР. Нередко АР для указанного выше класса задач состоят из большого числа приемных элементов (десятки и сотни), расположенных эквидистантно. Для регистрации сигналов со всех элементов необходимо иметь систему сбора с соответствующей пропускной способностью. Такого рода системы сбора являются достаточно дорогими. В связи с этим возникает вопрос: возможно ли, сохраняя размер АР и минимальную рабочую длину волны λ , уменьшить число элементов с сохранением, например, приемлемой точности пеленгации. При уменьшении числа элементов среднее межэлементное расстояние D/N будет больше $\lambda/2$. Такие АР принято называть разреженными [3,4], а показатель разреженности U определяется отношением

$U = (D/N)/(\lambda/2)$, $U > 1$. Видно, что степень разреженности растёт при увеличении D . Также разреженность увеличивается, если уменьшать λ или N . Таким образом, для получения разреженных АР увеличение D эквивалентно уменьшению λ или N в соответствующее число раз.

Целью построения акустических изображений является поиск источников звука в пространстве, для этого используются различные адаптивные алгоритмы [5–7]. Наиболее распространенными среди них являются методы MUSIC и Кейпона [8]. Целью данной работы, в частности, является апробация ранее предложенного метода максимально правдоподобной классификации сигналов (МПКС) [9]. Этот метод имеет ряд преимуществ перед другими известными методами, поскольку у него более строгое теоретическое обоснование. Указанный метод предполагает, что часть корреляционной матрицы помехи, отвечающей за распределенные в пространстве источники, состоит из ограниченного числа матриц единичного ранга (диад). Векторы, из которых составлены данные диады, без ограничения общности можно считать ортогональными. Ранее в нескольких работах [10–13] было показано, что данный подход позволяет эффективно оценивать неизвестные параметры полезного источника. Аргументом к использованию МПКС в задаче построения акустических изображений является тот факт, что его разрешающая способность превосходит разрешающую способность метода MUSIC [9, 12, 13].

ПРИНЦИП РАЗМЕЩЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ В ПЛАНАРНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКЕ

Здесь излагается принцип, предложенный в работе [14] и распространенный на планарные АР в работе [15]. Пусть у нас есть планарная АР с размерами D_x на D_y , находящаяся в плоскости xOy . Пусть N_x и N_y — количество элементов вдоль осей Ox и Oy соответственно. Тогда полное количество элементов решетки составляет $N_x N_y$. Разобьем всю АР на подрешетки с количеством элементов U_x и U_y вдоль соответствующих осей. В каждой полученной подрешетке случайным образом оставим только один элемент. Таким образом, в общем случае мы получаем неэквидистантную АР с количеством элементов $N_x N_y / (U_x U_y)$. Тогда координаты nm -ого приемного элемента будут иметь следующую запись:

$$\begin{aligned} x_{nm} &= \frac{\lambda}{2}(U_x n - 1 + \varepsilon_{nm}), \quad n = 1, \dots, N_x/U_x, \\ y_{nm} &= \frac{\lambda}{2}(U_y m - 1 + \delta_{nm}), \quad m = 1, \dots, N_y/U_y, \end{aligned} \quad (1)$$

где величины $\varepsilon_{nm}, \delta_{nm}$ равновероятно принимают значения 0 или 1. В дальнейшем из набора реализаций таких случайных антенн необходимо будет

определенным образом отобрать единственную. Для наглядности далее будет показана графическая интерпретация указанного отбора элементов.

Известно, что диаграмма направленности (ДН) планарной АР [8] определяется формулой

$$B(s_x, s_y) = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} \exp[ik(x_{nm}s_x + y_{nm}s_y)], \quad (2)$$

где $s_x = \sin \theta \cos \varphi, s_y = \sin \theta \sin \varphi$, а θ, φ — аксиальный и полярный углы. Величина $|B(s_x, s_y)|$ имеет глобальный максимум, равный 1 при $s_x = 0, s_y = 0$.

Важной характеристикой ДН является уровень боковых лепестков (УБЛ), который напрямую влияет на вероятность правильного обнаружения и оценки положения источников. В частности, наиболее важно максимальное значение бокового лепестка $УБЛ_{\max}$.

КРИТЕРИЙ ВЫБОРА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

В соответствии со сказанным, а также с критерием, предложенным в работе [12], будем характеризовать качество АР величиной $УБЛ_{\max}$. Первый этап процедуры синтеза оптимальной разреженной АР заключается в построении большого числа реализаций M случайных антенн. Далее среди полученных АР выбирается та, у которой $УБЛ_{\max}$ минимален. Например, если $M = 10^4$, то создается 10^4 реализаций АР, координаты элементов которых генерируются по формуле (1). Для каждой АР строится диаграмма направленности (2) и определяется $УБЛ_{\max}$. Наилучшей среди $M = 10^4$ АР будем считать ту, у которой $УБЛ_{\max}$ имеет наименьшее значение.

В качестве примера на рис. 1 представлено размещение элементов АР (красные кружки), полученное по описанному выше критерию из 10^4 реализаций АР, с параметрами $D_x = 12, D_y = 10, N_x = 12, N_y = 10, U_x = 2, U_y = 2$.

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗРЕШЕНИЯ

Конкретной задачей, которой можно характеризовать качество построения акустического изображения, является задача разрешения двух источников звука в присутствии аддитивного белого гауссова шума. При этом качество разрешения будет характеризоваться зависимостью вероятности разрешения от ОСШ. Пусть АР принимает сигнал в виде двух плоских волн в некоторой узкой полосе частот с интенсивностями σ_1^2 и σ_2^2 , временными формами $p_{1,j}$ и $p_{2,j}$ и направлениями на источники волн с параметрами $s_{x1} = s_{x10}, s_{y1} = s_{y10}, s_{x2} = s_{x20}, s_{y2} = s_{y20}$. Тогда отсчеты сигнала на

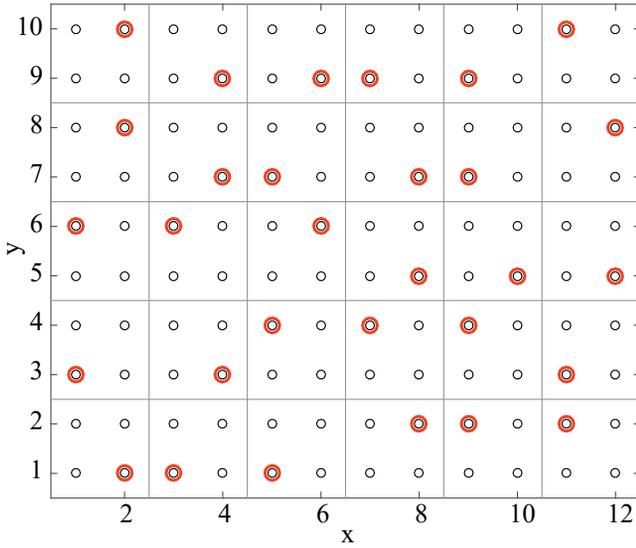


Рис. 1. Отбор элементов для АР. Черными кружками обозначена исходная эквидистантная АР, красными — отбор элементов по указанной выше методике, серыми линиями — границы подрешеток.

элементах АР с учетом фонового шума выглядят следующим образом:

$$S_{nm,j} = p_{1,j} \exp(-ikx_{nm}s_{x10} - iky_{nm}s_{y10}) + p_{2,j} \exp(-ikx_{nm}s_{x20} - iky_{nm}s_{y20}) + \xi_{nm,j}, \quad (3)$$

где $\xi_{nm,j}$ — комплексные отсчеты фонового шума, компоненты которого будем считать независимыми и распределенными по нормальному закону с корреляционной матрицей $\sigma_0^2 \mathbf{I}$, где σ_0^2 — мощность шума, \mathbf{I} — единичная матрица, $j = 1, \dots, J$ — номера временных отсчетов, J — общее количество временных отсчетов. Обозначим отношение сигнал/шум (ОСШ) как $\text{ОСШ} = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) / 2\sigma_0^2$. В соответствии с описанным сценарием было проведено численное моделирование. Генерировались отсчеты сигнала на элементах АР с учетом фонового шума согласно формуле (3). После этого осуществлялось построение акустического изображения с помощью методов Кейпона, MUSIC и МПКС. Приведем здесь формулы для расчета изображения с помощью МПКС, поскольку для двух других методов они общеизвестны [8]. Целевая функция метода МПКС записывается следующим образом:

$$I(s_x, s_y) = \max_{\beta} F(\beta, s_x, s_y) = \frac{S^{(g)}(\hat{\beta})}{S^{(a)}(\hat{\beta})},$$

где $F(\beta, s_x, s_y) = \frac{S^{(g)}}{S^{(a)}}$, $S^{(g)}$ — среднее геометрическое собственных чисел $\hat{\lambda}_{M+1}, \dots, \hat{\lambda}_N$ матрицы \mathbf{K}_b ,

$S^{(a)}$ — среднее арифметическое тех же чисел. Матрица \mathbf{K}_b определяется следующим образом:

$$\mathbf{K}_b = \hat{\mathbf{K}} - \gamma \mathbf{b} \mathbf{b}^H, \quad \mathbf{b} = \frac{\hat{\mathbf{K}}^{0.5} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^H \mathbf{a}},$$

где $\gamma = \frac{\beta \mathbf{a}^H \mathbf{a}}{1 + \beta \mathbf{a}^H \mathbf{a}}$, $\beta = \frac{\sigma^2}{\sigma_0^2}$ — неизвестное ОСШ,

$\hat{\beta}$ — оценка ОСШ, $\mathbf{a}(s_x, s_y) = (a_{11}, \dots, a_{NM})^T$ — вектор направлений плоской волны, $a_{nm}(s_x, s_y) = \exp(-ikx_{nm}s_x - iky_{nm}s_y)$. В роли оценки корреляционной матрицы принятого сигнала выступает выборочная корреляционная матрица $\hat{\mathbf{K}} = \frac{1}{J} \sum_j \mathbf{Z}_j \mathbf{Z}_j^H$, где $\mathbf{Z}_j = (S_{11,j}, \dots, S_{NM,j})^T$ — вектор-столбец отсчетов сигнала.

Приведем сравнение вероятностных характеристик разрешения разреженной неэквидистантной АР с заполненной эквидистантной (таких же размеров с большим числом элементов). На рис. 2 представлены зависимости вероятностей разрешения двух тональных источников от ОСШ для ранее упомянутых адаптивных алгоритмов для 120-элементной эквидистантной АР (черные кружки на рис. 1).

Здесь под вероятностью разрешения понимается наличие двух выделенных максимумов (соответствующих двум источникам), превышающих заранее выбранный порог на акустическом портрете. Порог выбирается заранее по фиксированной вероятности ложной тревоги в соответствии со стратегией Неймана–Пирсона [16]. Если приемлемым значением вероятности разрешения считать 0.8, то из рис. 2 видно, что разрешение по необходимому ОСШ с помощью МПКС превосходит один из традиционных методов MUSIC на 8 дБ. На рис. 3 приведены зависимости вероятностей разрешения двух тональных источников от ОСШ для ранее упомянутых адаптивных алгоритмов для разреженной 30-элементной АР (рис. 1, красные кружки).

Из рис. 3 видно, что при уменьшении числа элементов в 4 раза (со 120 до 30) пороговое значение разрешения ОСШ увеличивается на 8 дБ. Заметим, что алгоритм Кейпона для поставленной задачи работает хуже алгоритма MUSIC. В связи с этим для дальнейших исследований в работе метод Кейпона не будет использоваться.

С целью демонстрации разделения узкополосных источников было построено акустическое изображение с использованием указанных методов. Изображение построено для ОСШ = -5 дБ и показано на рис. 4. Для данного значения ОСШ вероятность разрешения с помощью метода МПКС составляет приблизительно 0.8, в то время как с помощью метода MUSIC разрешение близко к нулю (рис. 3).

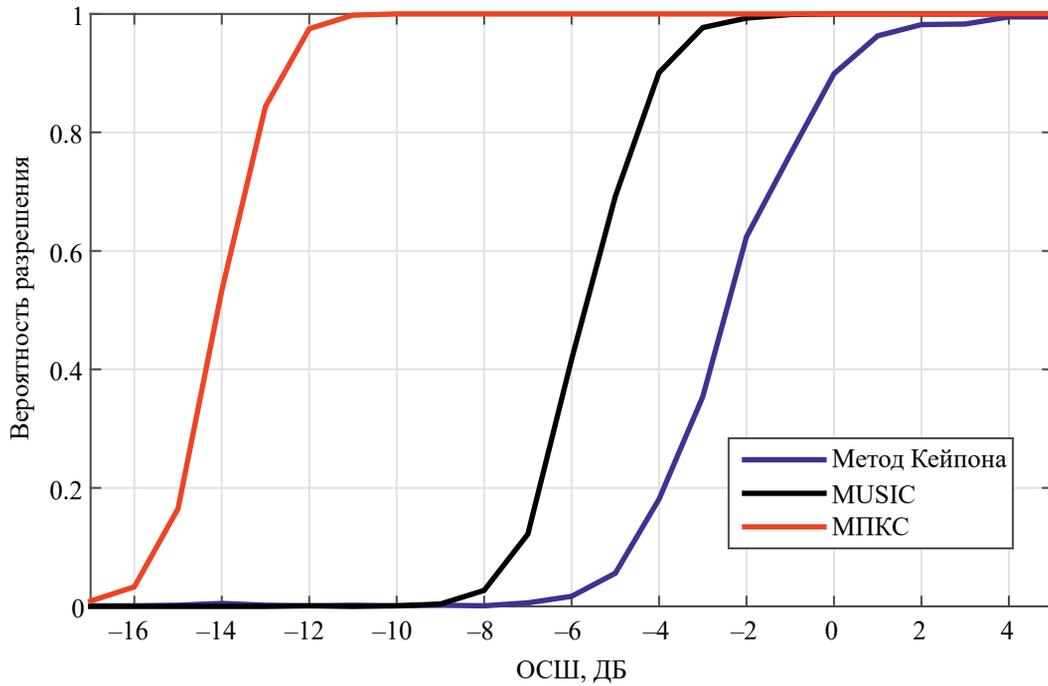


Рис. 2. Зависимость вероятности разрешения от ОСШ для различных адаптивных методов. Показан результат для эквидистантной АР из 120 элементов.

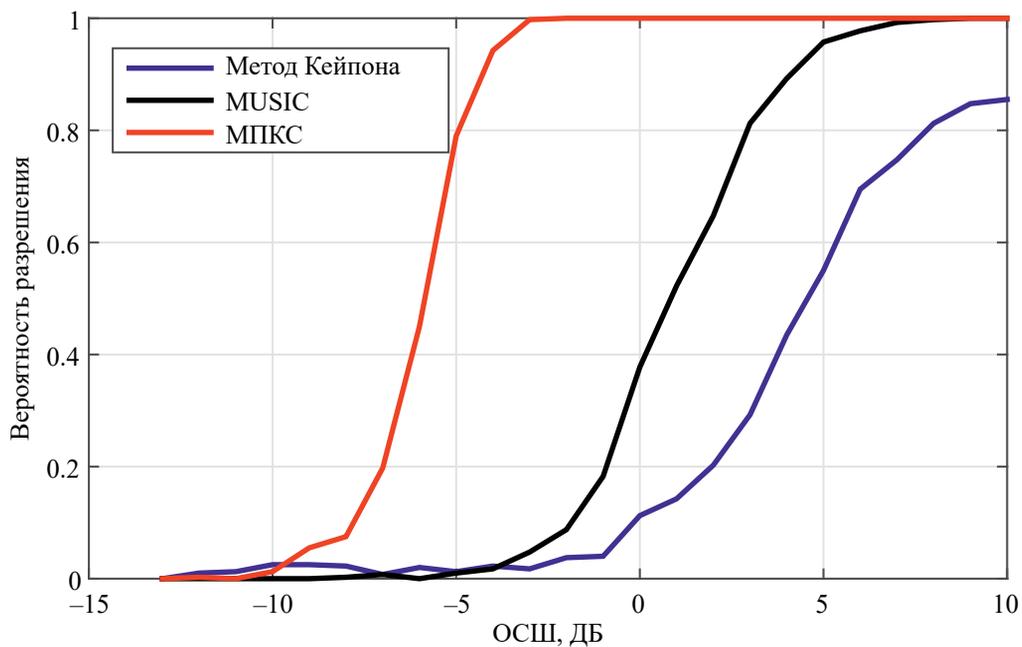


Рис. 3. Зависимость вероятности разрешения от ОСШ для различных адаптивных методов.

На рис. 4 показано акустическое изображение методов МПКС и MUSIC при использовании разреженной эквидистантной АР, т.е. межэлементное расстояние превышает половину длины волны. На обеих картинках видно присутствие ложного максимума слева.

Однако при размещении элементов неэквидистантно по указанной выше методике неоднозначность пропадает (см. рис. 5). Из рис. 5 видно, что метод МПКС успешно разрешает 2 источника, в то время как метод MUSIC не позволяет этого сделать.

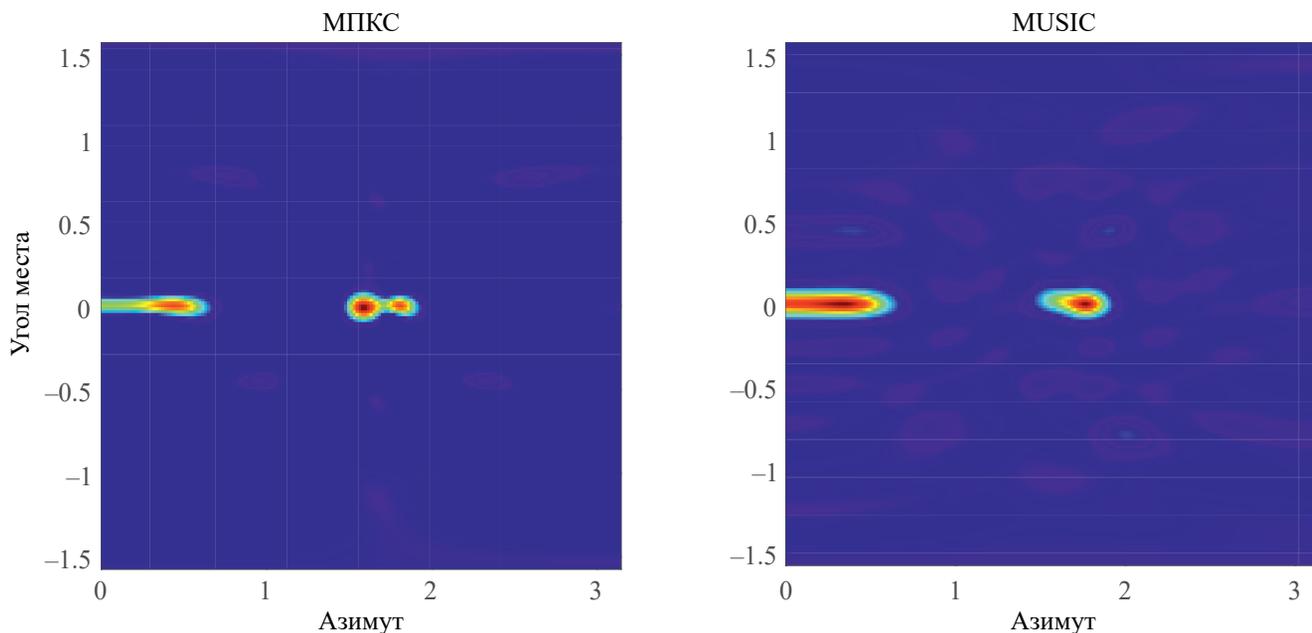


Рис. 4. Акустический портрет для методов МПКС и MUSIC для разреженной эквидистантной АР.

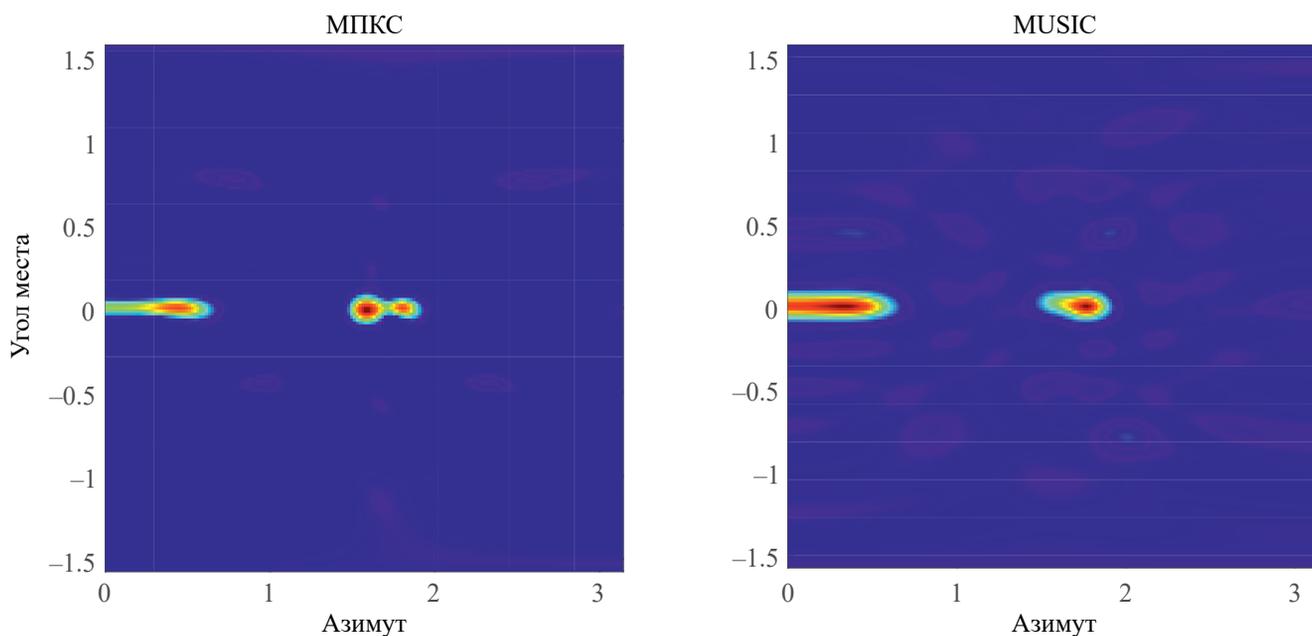


Рис. 5. Акустический портрет для методов МПКС и MUSIC для разреженной неэквидистантной АР.

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Для определения возможности использования разреженных неэквидистантных АР был проведен эксперимент в безэховой камере. При этом использовалась 120-элементная планарная АР с межэлементным расстоянием 5 см. Количество элементов вдоль перпендикулярных осей антенны составляло 10 и 12. Таким образом, эффективный размер АР

составляет 50×60 см. Расстояние l между источниками, в качестве которых использовались два акустических динамика, составляло 60 см. АР располагалась на расстоянии $R = 226$ см от источников. На динамики подавались сигналы в виде белого гауссова шума в полосе от 60 Гц до 6 кГц. На этапе обработки принятые сигналы подвергались узкополосной фильтрации с полосой 20 Гц и частотой дискретизации 12 кГц. Известно, что классическое разрешение двух источников сферической волны

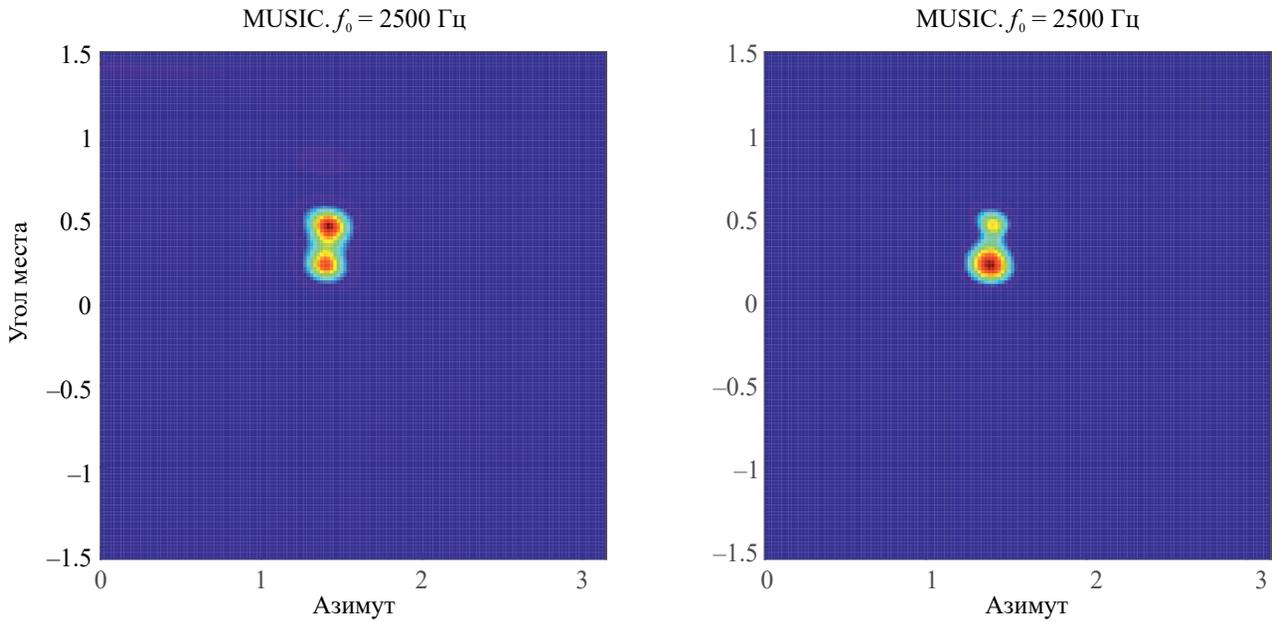


Рис. 6. Акустический портрет, построенный с помощью методов MUSIC и МПКС (120-элементная эквидистантная АР).

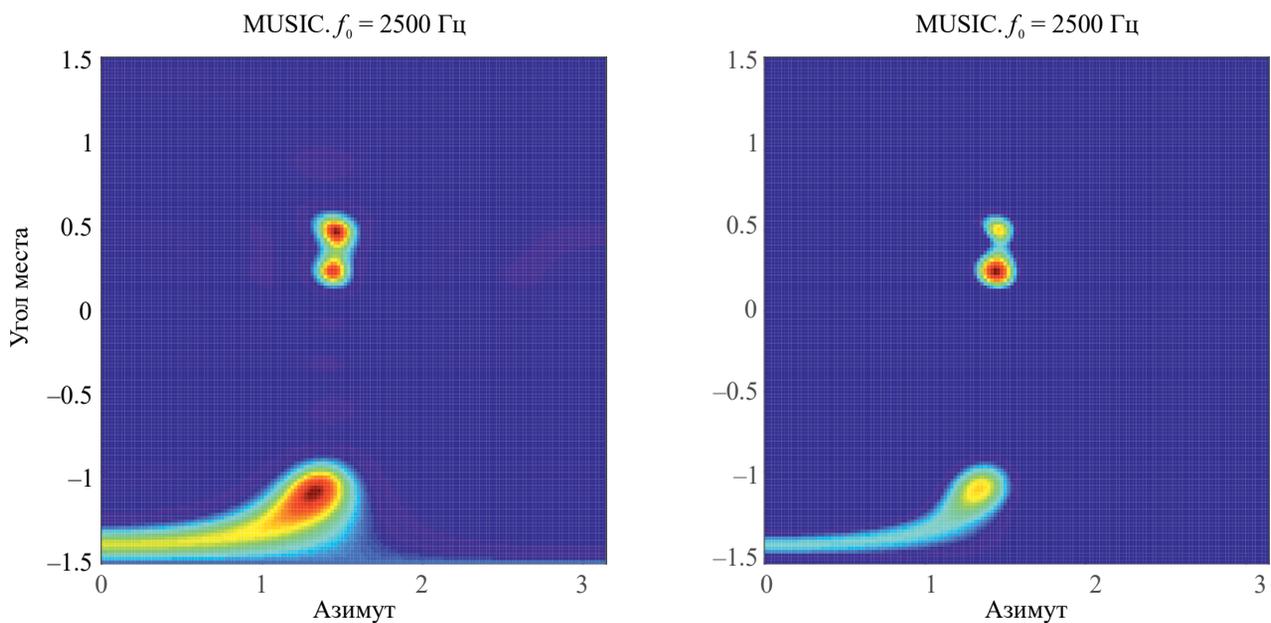


Рис. 7. Акустический портрет, построенный с помощью методов MUSIC и МПКС (30-элементная разреженная эквидистантная АР).

происходит на расстоянии $l = \frac{\lambda R^2}{D^2}$, где λ — длина волны принятого сигнала. Например, для частоты $\nu = 2.5$ кГц и указанных параметров эксперимента $l = 2.77$ м, что в несколько раз больше при проведении эксперимента.

На рис. 6 показаны акустические изображения, построенные с помощью методов MUSIC и МПКС на центральной частоте узкополосного сигнала 2500 Гц для 120-элементной эквидистантной АР.

Для подтверждения актуальности использования разреженной неэквидистантной АР вначале использовались сигналы с 30 элементов АР, образующие эквидистантную АР с межэлементным расстоянием 10 см. Таким способом была искусственно создана АР с количеством элементов 5 и 6 по осям и межэлементным расстоянием 10 см. Соответственно, минимальная длина волны для однозначного обнаружения составляет 20 см и соответствует максимальной частоте 1700 Гц при скорости звука 340 м/с. На рис. 7 представлен акустический портрет для

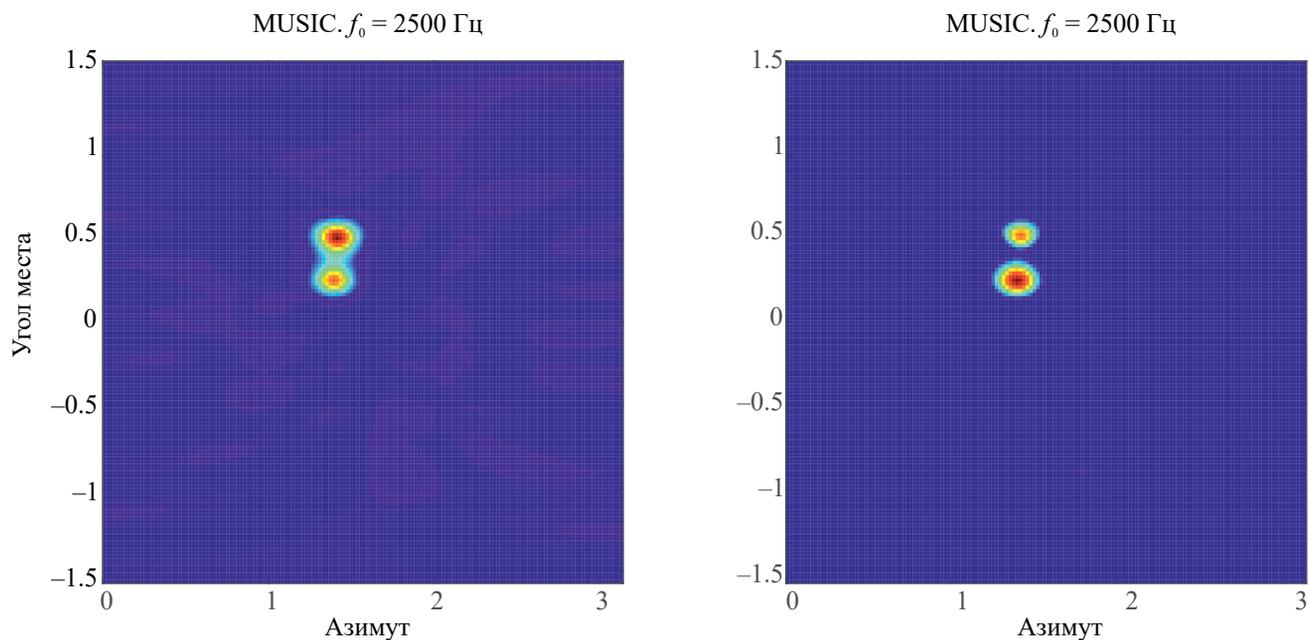


Рис. 8. Акустический портрет, построенный с помощью методов MUSIC и МПКС (30-элементная разреженная неэквидистантная АР).

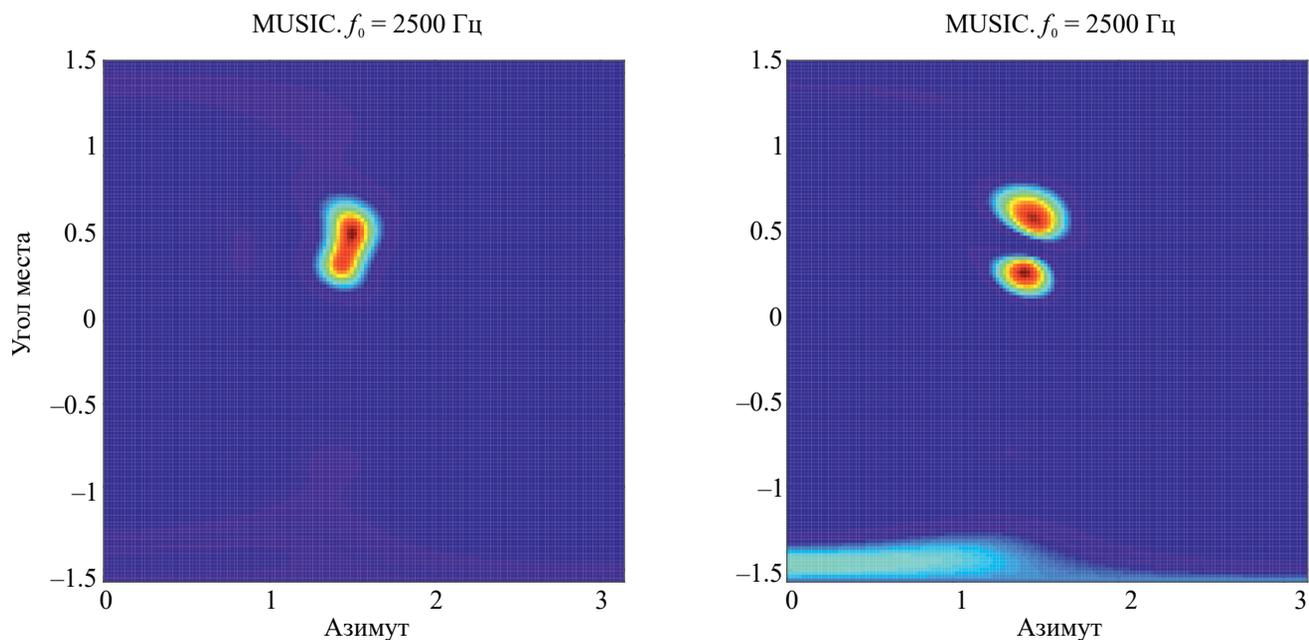


Рис. 9. Акустический портрет, построенный с помощью методов MUSIC и МПКС (30-элементная разреженная неэквидистантная АР, уменьшенное по сравнению с рис. 8 расстояние между источниками).

методов MUSIC и МПКС при обработке узкополосного сигнала с частотой 2500 Гц для полученной 30-элементной разреженной эквидистантной АР.

Таким образом, отобранная 30-элементная АР является разреженной для данной частоты. Вследствие этого на картинках снизу наблюдается

ложный максимум акустического изображения. Однако, если 30 элементов отбирать по указанной выше методике по принципу минимального УБЛ_{max}, неоднозначность пропадает (см. рис. 8).

Видно, что с помощью построения акустического изображения на рис. 8 источники успешно

разрешаются. При этом использовалось в 4 раза меньше приемных элементов по сравнению со случаем, изображенным на рис. 7, и увеличился частотный диапазон по сравнению с результатами рис. 7 (не наблюдается ложных максимумов).

Далее расстояние l между источниками было уменьшено с 60 до 20 см. Для этого случая с использованием уже рассмотренной выше для 30-элементной АР разреженной неэквидистантной АР были построены акустические изображения (рис. 9). Видно, что при использовании метода MUSIC разрешение двух источников носит пограничный характер. Однако при использовании метода МПКС источники на акустическом изображении разрешаются с большим запасом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе продемонстрирована возможность эффективного синтеза планарных разреженных неэквидистантных АР для задачи построения акустических изображений. Численное моделирование показало, что при уменьшении числа элементов антенной решетки в 4 раза для сохранения вероятности разрешения источников ОСШ нужно увеличить на 8 дБ. Для разрешения источников в пространстве использовался традиционный метод MUSIC и новый метод МПКС, разработанный в ИПФ РАН. Дополнительно показано, что метод МПКС разрешает источники при меньшем ОСШ по сравнению с методом MUSIC. При обработке экспериментальных данных применение разреженных неэквидистантных АР позволило расширить частотный диапазон по сравнению с эквидистантной АР с таким же количеством приемных элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Heilmann G., Meyer A.* Time-domain Beamforming using 3D-microphone arrays // Proc. the Berlin Beamforming Conference. Berlin, Germany, 19–20 February, 2008. Art. No. 4.
2. *Зверев В.А.* Формирование изображений акустических источников в мелком море. Федер. исслед. центр Ин-т приклад. физики РАН. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2019. 112 с.
3. *Leahy R.M., Jeffs B.D.* // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1991. V. 39. No. 8. P. 1178. DOI:10.1109/8.97353
4. *Bucci O.M., D'Urso M., Isernia T., et al.* // IEEE Trans. Antennas Propagat. 2010. V. 58. No. 6. P. 1949. <https://doi.org/10.1109/TAP.2010.2046831>
5. *Мальшикин Г.С., Сидельников Г.Б.* Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов (обзор) // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 5. С. 526–545.
6. *Сазонтов А.Г., Малеханов А.И.* Согласованная пространственная обработка сигналов в подводных звуковых каналах (обзор) // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 2. С. 233–253.
7. *Ермолаев В.Т., Флакман А.Г., Елохин А.В., Купцов В.В.* Метод минимального многочлена для оценки параметров сигналов, принимаемых антенной решеткой // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 1. С. 78–85.
8. *Van Trees H.L.* Detection, Estimation, and Modulation Theory. Part IV. Optimum Array Processing. N.Y.: Wiley, 2002.
9. *Родионов А.А., Турчин В.И.* Обработка сигналов в антенных решетках на основе модели помехи, включающей корреляционную матрицу неполного ранга // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 1. С. 60–71.
10. *Родионов А.А., Семенов В.Ю., Савельев Н.В., Коновалов К.С.* Локализация неподвижного источника звука с использованием некогерентного апертурного синтеза с одновременным подавлением помех // Изв. вузов. Радиофизика. 2019. Т. 62. № 2. С. 126–135.
11. *Иваненков А.С., Родионов А.А., Савельев Н.В.* Определение эффективного числа источников помехи в задаче адаптивной оценки временных форм узкополосных сигналов с помощью антенных решеток // Изв. вузов. Радиофизика. 2019. Т. 62. № 3. С. 228–240.
12. *Иваненков А.С., Родионов А.А., Савельев Н.В.* Сверхразрешение близких источников в задаче построения акустических изображений с помощью метода максимального правдоподобия // XXXII Сессия РАО, Москва 14–18 октября 2019 г.
13. *Иваненков А.С., Родионов А.А., Савельев Н.В.* Построение акустических изображений с помощью гибких микрофонных антенных решеток с использованием сверхразрешающих методов // Изв. вузов. Радиофизика. 2021. Т. 64. № 7. С. 522–534.
14. *Турчин В.И., Родионов А.А.* Обнаружение и пеленгация источников с использованием разреженных антенных решеток // Изв. Вузов. Радиофизика. 2018. Т. 61. № 2. С. 122–140.
15. *Родионов А.А., Савельев Н.В.* Синтез планарных разреженных антенных решеток для обнаружения и пеленгации // Изв. вузов. Радиофизика. 2024. Т. 67. № 3. С. 236–245.
16. *Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В.* Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М: Наука, 1985. 640 с.

Acoustic Imaging with Super-Resolution Techniques Using Non-Equidistant Planar Antenna Arrays

A.A. Rodionov, N.V. Savelev*

*Federal Research Center A.V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics
of the Russian Academy of Sciences (IAP RAS), Ulyanova 46, Nizhny Novgorod, 603950 Russia*

**e-mail: saveliev@ipfran.ru*

The paper studies the possibility of using planar nonequidistant antenna arrays in problems of constructing acoustic images. Such antenna arrays can be used, for example, for diagnostics of various mechanisms in order to determine areas of increased noise emission. Numerical modeling was performed in the paper to determine the advantages of using nonequidistant antennas. Comparisons of modern classical super-resolution methods with one of the new methods developed at the IAP RAS are given. The obtained results were confirmed in the experiment. The results of the work allow us to conclude that planar sparse nonequidistant antenna arrays make it possible to reduce the number of microphones used or to expand the frequency range in problems of source selection and their resolution in space.

Keywords: sparse antenna array; acoustic imaging; source resolution.